

第7図 $s/a=1.0$ なる直線上における速度比 v/v_0 の分布 (v_0 は偏向点から充分遠い点の流速)

- (2) 上記(1)による振動に伴ない流線の剝離および乱流増加をきたす。
- (3) v/v_0 が著しく大きくなると負圧が大きくなり、流線の乱れをきたすか、水流の場合はキャビテーションが問題になる。

(4) 空気流においては v/v_0 が著しく大きくなると局部的に音速を越す部分が現われ、その超音速部分が再び音速以下に復帰するとき振動を引き起こすおそれがある。

純粹のU-ターン流れにおける中央隔壁の端附近における v/v_0 の激増を避けるためには、中央隔壁端の部分に適度の曲率半径を持たせることが必要である。中央隔壁端部の曲率半径を大きくすればする程、中央隔壁端部の最大速度比 v/v_0 は小さくおさえることができると考えられるが、その間の数量的関係を理論的に解明することが望まれる。

本研究を行うにあたり、貴重な示唆を戴いた理学博士前川教授広島工業大学学長に対し深甚なる感謝の意を表したいと思う。

文 献

- 1) 鬼頭史城：日本応用力学会会誌 3 (1950) 73, No. 16
- 2) 今井 功：数理科学 7 (1969) 66, No. 4
- 3) 今井 功：数理科学 7 (1969) 58, No. 5
- 4) 今井 功：数理科学 7 (1969) 67, No. 11
- 5) 今井 功：数理科学 8 (1970) 36, No. 11
- 6) 今井 功：数理科学 8 (1970) 79, No. 12

これらの二式(16)および(17)から次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \cosh \phi \cos \psi &= d \sinh \frac{\pi r}{2a} \sin \frac{\pi s}{2a} \\ \sin h \phi \sin \psi &= -d \cosh \frac{\pi r}{2a} \cos \frac{\pi s}{2a} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

式(18)から変数 ϕ を消去することにより、次に示す流線の式が得られる。

$$\left(\frac{d}{\cos \psi} \sinh \frac{\pi r}{2a} \sin \frac{\pi s}{2a} \right)^2 - \left(\frac{d}{\sin \psi} \cosh \frac{\pi r}{2a} \cos \frac{\pi s}{2a} \right)^2 = 1. \quad (19)$$

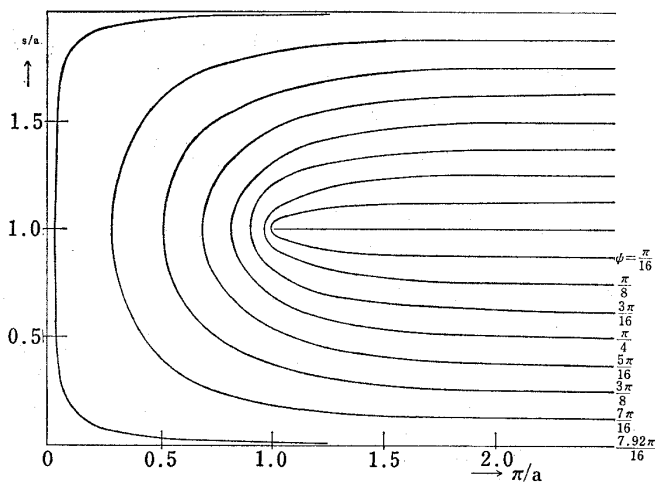
流線に対する接線が横軸 (r -軸) となす角の正切 $\tan \theta$ を求めるための式(19)を $\psi = \text{const}$ の条件のもとに r に関して微分することになり次式を得る。

$$\tan \theta = \frac{ds}{dr} = \frac{\tan \frac{\pi r}{2a} \left\{ \tan^2 \psi \tanh^2 \frac{\pi s}{2a} - 1 \right\}}{\tanh \frac{\pi s}{2a} \left\{ \tan^2 \psi \tanh^2 \frac{\pi r}{2a} + 1 \right\}}, \quad (20)$$

ここに θ は流線の接線が座標軸 r (横軸) となす角である。

数値計算の結果および論議

流線の式の数値計算は、 $\psi = n\pi/16$ の n の値が 1, 2, ..., 7 および 7.92 の場合について行われ、数値計算の結果は Fig. 4 に示す。Fig. 5 には、 $r-s=0$ なる直線上すなわち U-ターン偏向部の角 (かど) から中央隔壁の端すなわち点 ($r=1, s=1$) へ引いた直線上の θ の値の分布状況を示す。Fig. 5 から、 r および s ($r=s$) の値が 0 から 0.9 まで増加するにつれて、 θ の値は 45° から 62° まで増加することが明かである。Fig. 6 には r の

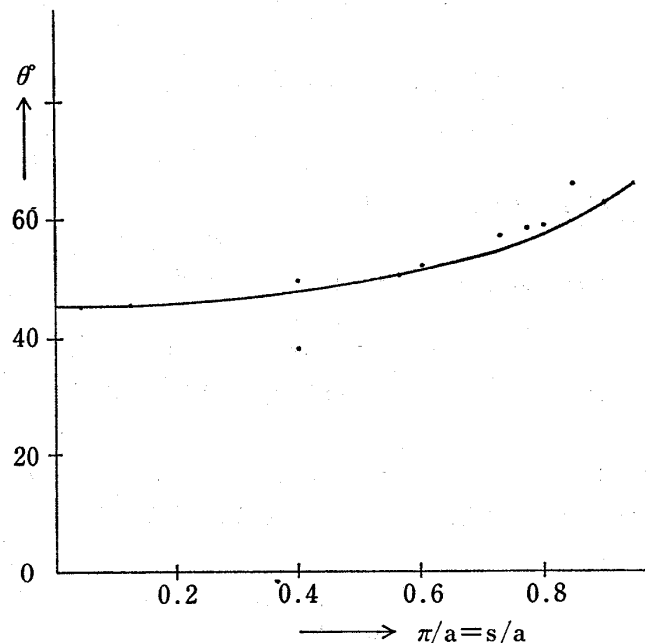


第4図 U-ターンコーナーにおける流線

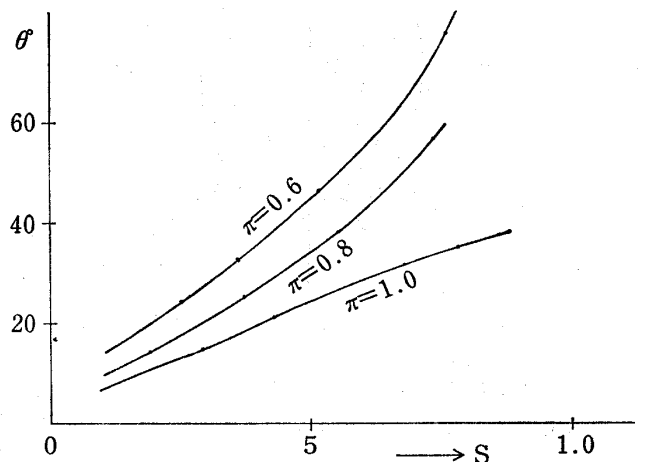
値が 0.6, 0.8 および 1.0 の場合の s の変化に対する角 θ の変化の状況をに示す。

$s/a=1.0$ なる直線上すなわち中央隔壁の延長上の点における流速比 v/v_0 の分布の状況を Fig. 7 に示す。同図において v は s -軸を向いている流速、 v_0 は r/a が充分大きい点における流速である。Fig. 7 から、 r/a が 1 に近づくにつれて、換言すれば中央隔壁の端に近づくにつれて v/v_0 は急速に増大することが明かである。 v/v_0 が著しく増大することは流路設計の立場からは次記の諸点より好ましいことではない。

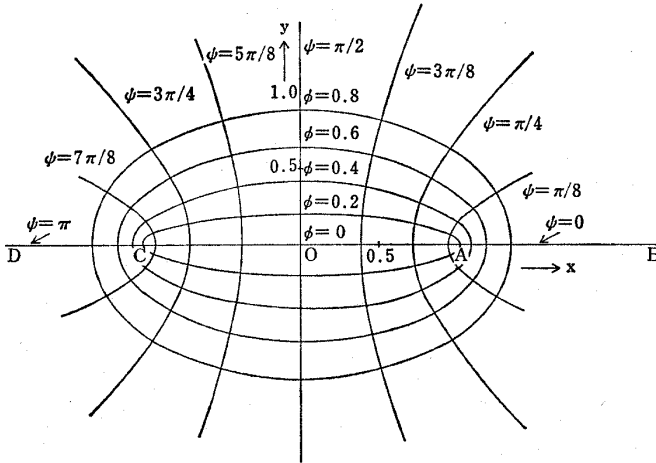
(1) v/v_0 が著しく大きくなると器壁に大きな振動を起し易くなる。



第5図 U-ターンコーナーにおける 45° 線 ($r=s=0$) 上の流線の接線が r -軸となす角 θ°



第6図 横軸 $r=0.6, 0.8$ および 1.0 なる直線上における角 θ° (θ は流線の接線が r -軸となす角)

第2図 z-平面 ($z=x+iy$)

$$= \frac{1}{2} \{ \exp(-\phi)(\cos \phi - i \sin \phi) + \exp(\phi)(\cos \phi + i \sin \phi) \} \\ = \cosh \phi \cos \phi + i \sin \phi \sin \phi. \quad (4)$$

従って次の式が得られる。

$$x = \cosh \phi \cos \phi, \quad y = \sinh \phi \sin \phi. \quad (5)$$

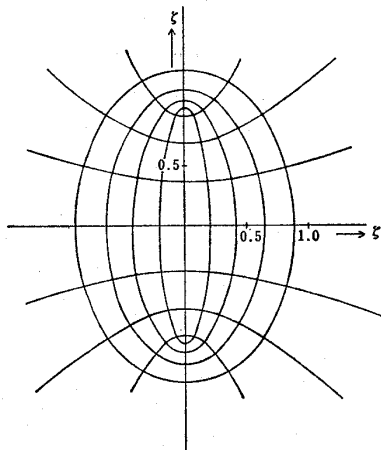
故に、流線の式は次のように示される。

$$\left(\frac{x}{\cos \phi} \right)^2 - \left(\frac{y}{\sin \phi} \right)^2 = 1. \quad (6)$$

さてここで複素数 z をつぎの式により ζ に変換する。

$$\zeta = iz. \quad (7)$$

上記式(7)に示す変換により Fig. 2 に示す z -平面における流線は Fig. 3 に示す ζ -平面における流線に変換される。

第3図 ζ -平面 ($\zeta=\xi+i\eta$)

ここでつぎに示す Schwartz-Christoffel の変換式を用いて複素変数 ζ を複素変数 t に変換する。

$$\frac{dt}{d\zeta} = \frac{A}{\sqrt{\zeta^2 - d^2}}, \quad (8)$$

ここに、 A および d は何れも定数である。式(8)を積分

することにより次式が得られる。

$$t = A \int \frac{d\zeta}{\sqrt{\zeta^2 - d^2}} = A \cosh^{-1} \frac{\zeta}{d} + B, \quad (9)$$

こ々に B は定数である。

従って複素数 ζ は次のように表される。

$$\zeta = d \cosh \frac{t-B}{A}. \quad (10)$$

式(10)において、 B および A の値は境界条件によりつぎのように定められる。

$$B = 0, \quad A = 2a/\pi.$$

そうすると、複素変数 ζ として次式が得られる。

$$\zeta = d \cosh \frac{\pi t}{2a}, \quad (11)$$

ここに $\zeta = iz$, $t = r + is$.

従って次式が得られる。

$$\zeta = iz = -y + ix = d \cosh \frac{\pi}{2a} (r + is) \\ = d \left\{ \cosh \frac{\pi r}{2a} \cos \frac{\pi s}{2a} + \sinh \frac{\pi r}{2a} \sin \frac{\pi s}{2a} \right\}. \quad (12)$$

それ故 ξ および η として次式が得られる。

$$\xi = -y = d \cos \frac{\pi s}{2a} \cosh \frac{\pi r}{2a} \\ \eta = x = d \sin \frac{\pi s}{2a} \sinh \frac{\pi r}{2a}. \quad (13)$$

ここで r および s の値を下記の左側に示すようにとると、 x および y の値は下記の右側に示すようになる。

$$\begin{aligned} \text{若し } r=0, s=0 \text{ ならば } x=0, y=-d, \\ r=0, s=2a \text{ " } x=0, y=d, \\ r=0, s=a \text{ " } x=0, y=0, \\ r=b, s=a \text{ " } x=d \sinh \frac{\pi b}{2a} = 1, y=0. \end{aligned}$$

ここで d の値はつぎの通りである。

$$d = 1 / \sinh \frac{\pi b}{2a}. \quad (14)$$

かくして、求める複素速度ポテンシャルはつぎに示すようになる。

$$w = -i \cos^{-1} \left(-id \cosh \frac{\pi t}{2a} \right). \quad (15)$$

流線の式および流線に対する接線の向き

式(11)および(12)から次式が得られる。

$$z = -i\zeta = d \left\{ \sinh \frac{\pi r}{2a} \sin \frac{\pi s}{2a} - i \cosh \frac{\pi r}{2a} \cos \frac{\pi s}{2a} \right\}. \quad (16)$$

また一方、式(1)および(2)から次式が得られる。

$$z = \cosh w = \cosh(\phi + i\psi) \\ = \cosh \phi \cos \psi + i \sinh \phi \sin \psi. \quad (17)$$

非圧縮性流体の二次元ポテンシャルU-ターン流れ

尾 崎 行 雄

Two-dimensional Potential U-turn Flow of the Incompressible Fluid.

by YUKIO OZAKI.

Resumé

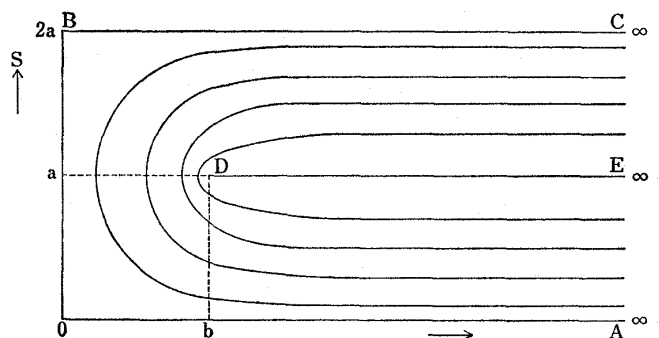
Formula of the stream line of the two-dimensional potential U-turn flow is obtained about the incompressible perfect fluid at the corner of the channel, and has also been obtained the formula of the angle between the tangent of the stream line and the initial direction of the stream by means of the method of conformal representation.

緒 言

風洞のゲッチンゲン型のものまたは還流型水槽においては四回の直角偏向が行われ、偏向部には渦流の発生を少なくするために数個の偏向板が設置されるのが普通である。しかし、資材および運転動力節減の立場からは流路の長くなることは好ましいことではなく、できれば流路が短縮されることが望ましいことである。この立場からすると、速度の非常に低い場合またはレイノルズ数の非常に小さい場合には四回の直角偏向を行わせる代りに、2回のU-ターン偏向を行わせる型の風洞または水槽を考へることも無益ではない。U-ターン偏向させる場合は、直角偏向させる場合に比べて偏向角が大きいために偏向領域における流線剥離にもとづく乱流の発生が懸念されるので、その場合は乱流発生を極力少なくするための方法について、理論および実験の両方面からの研究が必要であるが、これらに関する研究はまだ少ない。著者は非圧縮性流体の二次元ポテンシャルU-ターン流れについて等角写像の方法を用いて主として理論的に考察し、数値計算も行つてU-ターン偏向部における流線の形状及流速等を明かにしようと思う。

複素ポテンシャル

二次元ポテンシャルU-ターン流れの流線を第1図に示すが、ここで中央の分離壁DEおよび両側の壁OAおよびBCは一方へ無限に伸びていると考へる。複素変数



第1図 t-平面 ($t=r+is$)

$t(t=r+is)$ の座標軸は Fig. 1 に示す通りである。

先ず第一に Fig. 2 に示す流線を持った流れの複素ポテンシャル関数を求める必要がある。Fig. 2 に示す流れにおいては、分離壁ABおよびCDは一方へ無限に延びている。すなわちABはx軸の正の方向へ、CDは同じくx軸の負の方向へそれぞれ無限に延びていると考へる。z-平面における Fig. 2 に示すような流線を持った流れの複素ポテンシャル関数wは次のように示される。

$$w = \phi + i\psi \quad (1)$$

$$z = \cos(iw) = \cosh w. \quad (2)$$

ここに、 ϕ はポテンシャル関数で、 ψ は流れの関数である。上の式(2)は次のようにも示される。

$$z = \frac{1}{2} \{ \exp(-\phi - i\psi) + \exp(\phi + i\psi) \} \quad (3)$$