消費者余剰と経路独立性

藤　岡　明　房

1．はじめに

消費者の厚生を測定する場合，一般に消費者余剰の尺度が利用されている。この消費者余剰の尺度に基づく消費者の厚生の測定は長い歴史をもっている。すなわち，19 世紀の中期にデュプィーによって基本的に定式化され，マーシャルによって広く知られるようになった。しかし，その後ヒックスの 4 つの消費者余剰の定式化以降それほど大きな発展はみられなかった。特に，サムエルソンによる一連の消費者余剰に対する批判のため，消費者余剰の概念それ自体に関する理論的問題が未解決のまま残されることになった。

しかし，最近 10 年間に消費者余剰理論に対する見直しが行われるようになり，いくつかの新しい論文が発表されるようになってきた。それらのサーベイについては，例えば， Currie, Murphy and Schmitz (1971), Chipman and Moore (1976), Ng (1980), Just, Hueth and Schmitz (1982), Mckenzie (1983), で行われている。また，新しい論文の中で特に興味深いのは， Katzner (1970), Mohring (1971), Harberger (1971), Silberberg (1972), Mckenzie and Pearce (1976, 1982), Willig (1976, 1979), Chipman and Moore (1976, 1980), Seade (1978), Mckenzie (1979), Dixit and Weller (1979), Hausman (1981), Takayama (1982) である。

本論文では，これらの論文に基づき消費者余剰と積分経路の関係について検討していくことにする。特に，経路依存の場合には消費者余剰の測定

についてどのような問題が生じるのかを明らかにする。次に，所得の限界効用と消費者余剰の経路依存性との関係について検討する。すなわち，消費者余剰が経路独立であっても各経路の所得の限界効用が異なると各経路についての効用は異ってしまい消費者余剰は効用の尺度とはならないことを明らかにする。また，このような関係とは逆に所得の限界効用が一定であれば消費者余剰は経路独立となり，そのため，消費者余剰の貨幣的尺度が効用の尺度となることについても明らかにする。しかし，以上のような分析は図を利用した直観的な分析に基づいて行われる。そのため，厳密さを期するため新ためて数学的手法を用いて分析していくことにする。最後に，最近の効用の測定に関する大きな方向性について簡単に紹介していく。

2．消費者余剰の諸概念

はじめに，消費者余剰の概念について重要なものをいくつか取り上げてみることにする。[1)]

まず，消費者余剰の概念は，デュプィー（Dupit）によって1850年ごろ定式化され，マーシャル（A. Marshall）の「経済学原理」によって広く知られるようになった。マーシャルは消費者余剰を「消費者が実際に支払った価格に対する消費者が支払っても良いとみなしていた価格の超過分」として定義した。すなわち，マーシャルは消費者余剰を需要曲線の下の領域で，しかも消費者の実際の貨幣支出を示す長方形の上の領域である三角形の部分として定式化した。

しかし，このマーシャルの消費者余剰の定式化は効用の可測性（基数的効用関数）に基づいていた。ところが，この効用の可測性は効用理論の発展によって否定されるようになった。そのため，マーシャルの消費者余剰の定式化は批判を受けるようになった。そこで，ヒックス（Hicks）は，

序数的効用関数に基づいて新しい余剰概念を定式化した[2)]。すなわち，(1)．補償的変差 (Compensated variation) (2)．補償的余剰 (Compensated Surplus) (3)．等差的変差 (Equivalent variation) (4)．等差的余剰 (Equivalent Surplus) の4つである。

ある財の価格が下落する場合について，これら4つの余剰を図示すると図1のようになる。

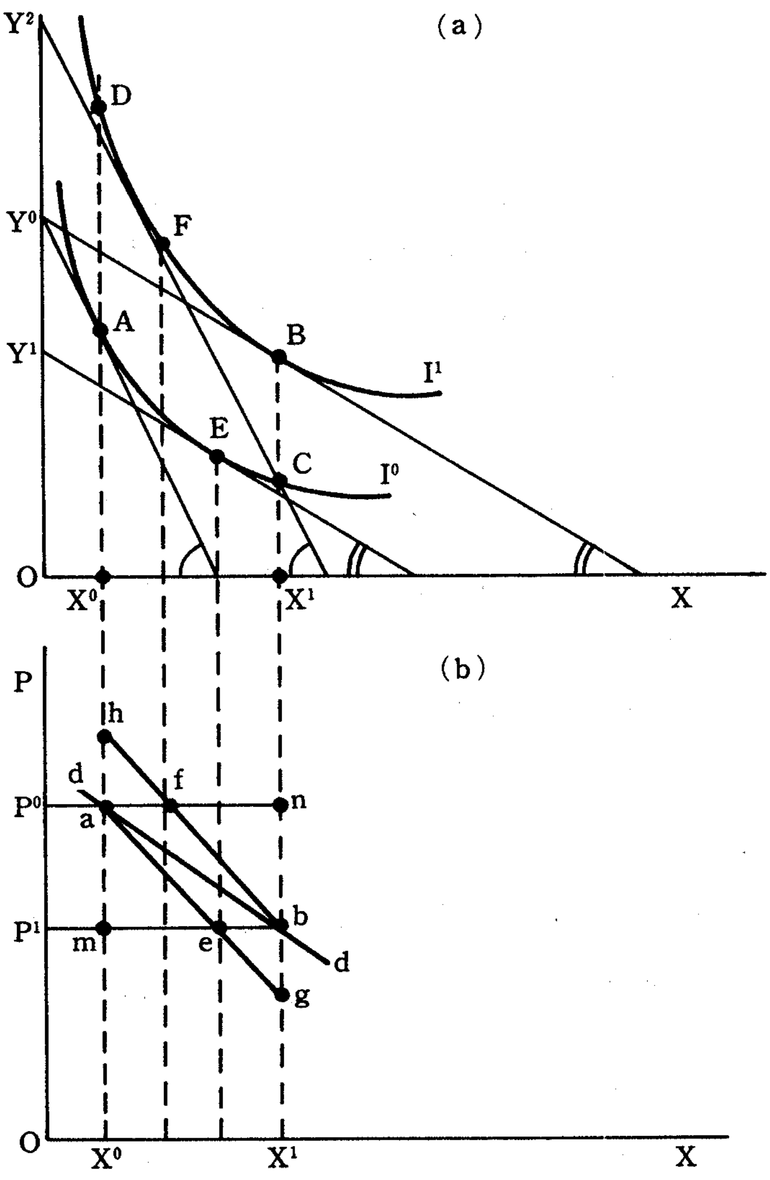

図1

図１ａで，横軸は当該財を，縦軸は所得をとる。当初価格はP^0，当初所得はY^0とする。当初の主体的均衡点はＡである。ここで，価格がP^0からP^1に下落したとする。すると，主体的均衡点はＢとなる。

この図１ａから，４つの消費者余剰を示すと，$CV=Y^0Y^1$，$CS=BC$, $EV=Y^0Y^2$, $ES=AD$ となる。

次に，図１ｂでは，図１ａから導出された当該財の需要曲線が描かれている。需要曲線はｄｄであり，価格がP^0からP^1に下落すると需要量はX^0からX^1に増加する。また，価格変化前の効用水準に対応する補償的需要曲線は**aeg** であり，価格変化後の効用水準に対応する補償的需要曲線は**bfh** である。

この図１ｂによって４つの消費者余剰を示すと次のようになる。

$$CV=P^0P^1ea,\ CS=P^0P^1ea-egb,\ EV=P^0P^1bf,\ ES=P^0P^1bf+afh$$

これら４つの余剰の内，補償的余剰と等差的余剰は，財の消費に一定の制約があるため各々補償的変差や等差的変差よりも消費者余剰の値は小さくなっている。

マーシャルの消費者余剰は，ヒックスの４つの余剰の間のどこかに落ちつくが，もし所得効果が無視可能ならば消費者需要は補償支払の影響を受けないためこれら５つの余剰は一致する。

これら以外の消費者余剰概念としてマハルップ（Machlup）による２つの余剰がある。

(1)　ラスパイレス費用格差

価格変化前に消費者が購入していた当初の財の組合せを購入することを可能にさせながら消費者から徴収することの出来る額。

(2)　パーシェ費用格差

当初の価格で新しい財の組合せを購入するのに十分な所得を可能にするために支払われなければならない補償額。

これらの消費者余剰を図1の価格下落の場合についてみてみると，ラスパイレス費用格差は長方形P^0P^1ma，パーシェ費用格差は長方形P^0P^1bnで示されることになる。

3．経路依存性

前節では，ある1財の価格が変化した場合の消費者余剰の諸概念について述べた。しかし，いくつかの財の価格が同時に変化したり，所得と価格が共に変化する場合については，1財の価格変化の場合の消費者余剰の方法をそのままの形で適用することはできない。すなわち，多数財価格変化や価格所得変化の場合にはどのような調整経路に沿って調整されるかによって消費者余剰の値が異ってくる可能性がある。これが経路依存性(the path dependency problem) と呼ばれる問題である。

例えば，価格P^0と所得Y^0が価格P^1と所得Y^1に変化する価格所得変化の場合を検討してみる[3)]。図2aは価格所得平面であり，図2bは所得Y^0, Y^1に対応する需要曲線である。図2aでは，価格が変化し次に所得が変化する場合は経路L_1となり，所得が変化し次に価格が変化する場合は経路L_2となることが示されている。これらの経路の違いによる消費者余剰の違いについて比較してみる。経路L_1の場合，価格がP^0からP^1に変化し次に所得がY^0からY^1に変化するので，図2bにおいて需要曲線$D(Y^0)$に沿って動くことになる。そのため，価格所得変化の貨幣的尺度は，領域xと所得変化分Y^1-Y^0の合計となる。次に，経路L_2の場合，所得がY^0からY^1に変化し次に価格がP^0からP^1に変化するので，図2bにおいて需要曲線$D(Y^1)$に沿って動くことになる。そのため，価格所得変化の貨幣的尺度は，領域$x+y$と所得変化分Y^1-Y^0の合計となる。このように，経路L_1と経路L_2の価格変化と所得変化の貨幣的尺度（消費者余剰）は異なってしまう。

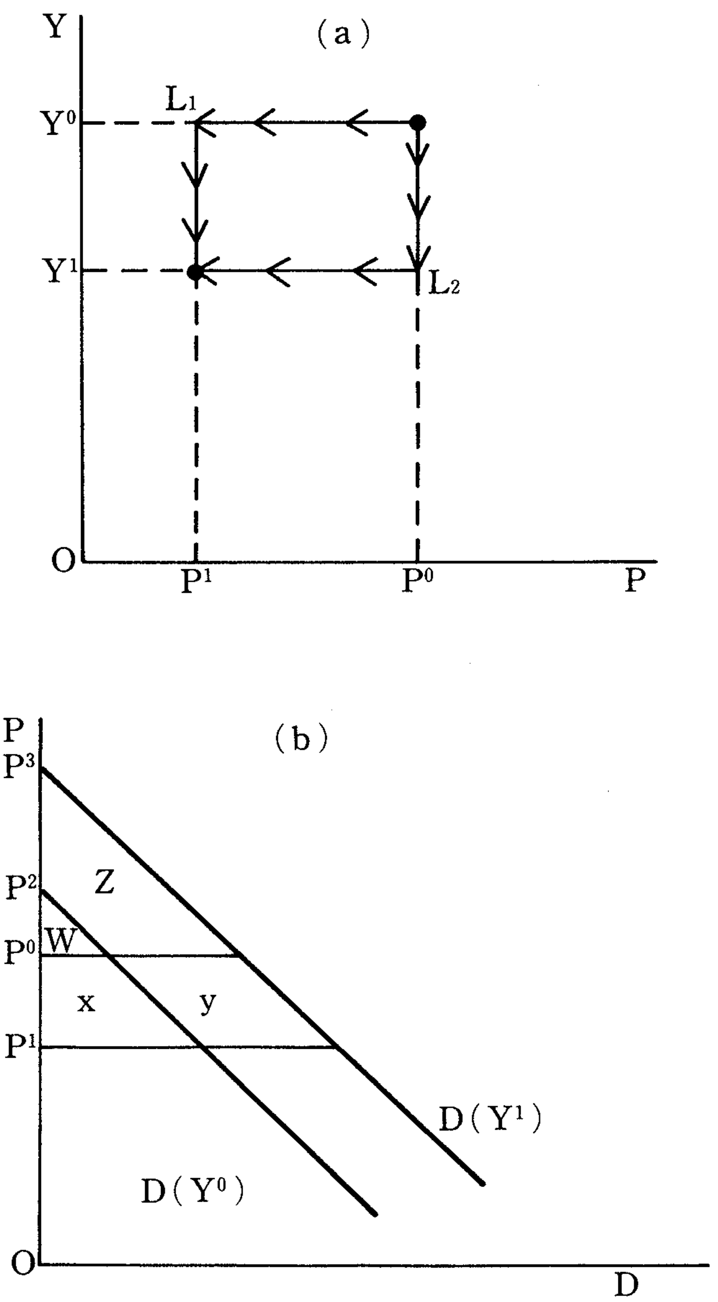

図2

同様にして，所得は一定でいくつかの価格が同時に変化する多数価格変化の場合について検討してみる[4]。図３ａは，２財の価格平面であり，図３ｂは財１の需要曲線であり，図３ｃは財２の需要曲線である。図３ａの経路L_1は，財１の価格が変化し次に財２の価格が変化する場合を示し，経

路L_2は，財2の価格が変化し次に財1の価格が変化することを示している。これらの経路の違いによる消費者余剰の違いを比較してみる。まず，経路L_1の場合，財1の価格P_1が$P_1{}^0$から$P_1{}^1$に変化し，図3bで需要曲線$D_1(P_2{}^0)$に沿って領域uの消費者余剰が生じる。次に，財2の価格P_2が$P_2{}^0$から$P_2{}^1$に変化し，図3cで需要曲線$D_2(P_1{}^1)$に沿って領域x+yの消費者余剰が生じる。そのため，経路L_1の場合の消費者余剰の合計は，u+x+yとなる。それに対し，経路L_2の場合，財2の価格P_2が$P_2{}^0$から$P_2{}^1$に変化し，図3cで需要曲線$D_2(P_1{}^0)$に沿って領域xの消費者余剰が生じる。次に，財1の価格P_1が$P_1{}^0$から$P_1{}^1$に変化し，図3bで需要曲線$D_1(P_2{}^1)$に沿って領域u+vの消費者余剰が生じる。そのため，経路L_2の場合の消費者余剰の合計は，u+v+xとなる。このように，多数価格変化の場合，経路L_1と経路L_2の消費者余剰がかならずしも同じでないことから明らかなように経路によって消費者余剰の値は異ってしまう可能性がある。すなわち，経路L_1と経路L_2以外にも$(P_1{}^0, P_2{}^0)$と$(P_1{}^1, P_2{}^1)$とを結ぶ経路は無数に存在するが，それらの経路に基づく消費者余剰は全て異ってしまう可能性がある。(例えば，経路L_3)

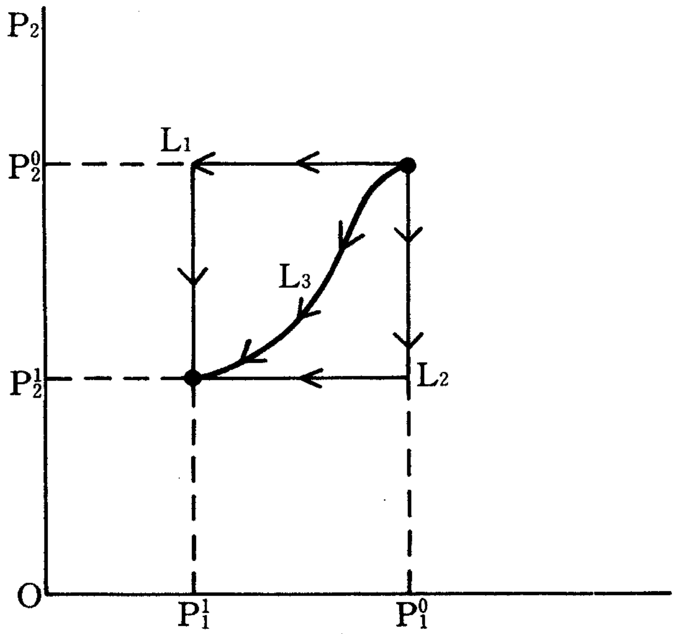

図3a

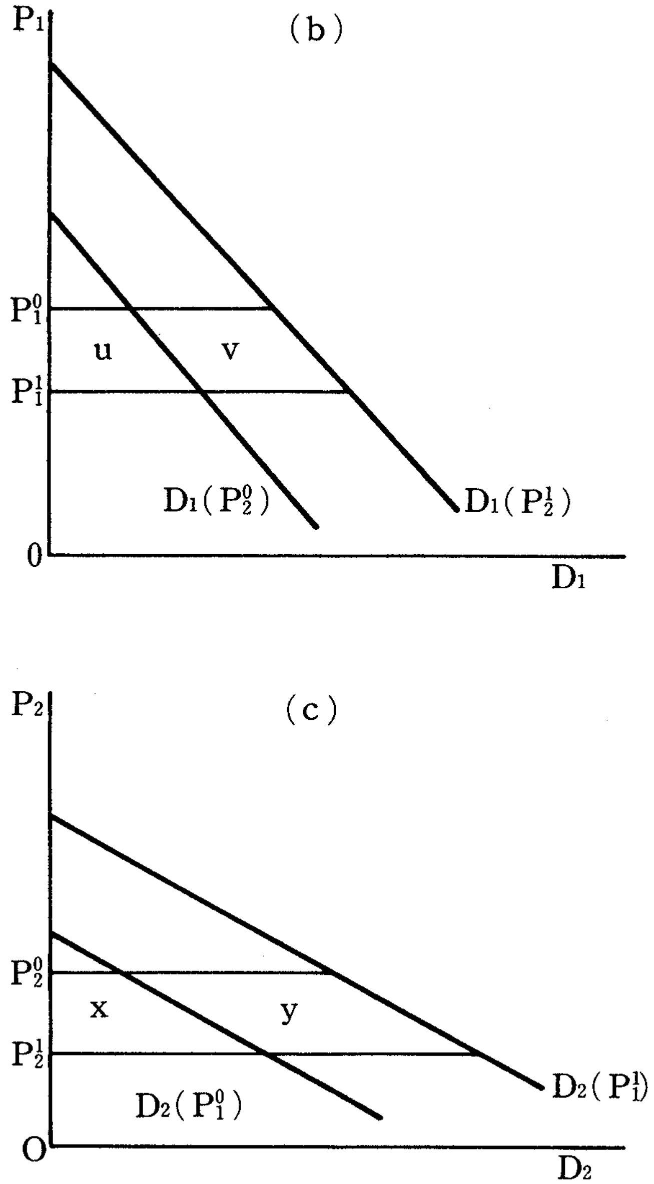

図3

4．消費者余剰の一意性

前節で示されたように，価格所得変化の場合や多数価格変化の場合には消費者余剰の値は調整経路によって異ってくる可能性がある。そこで，本節では経路に依存せず消費者余剰が常に一意的に決定される場合について検討してみる[5)]。

はじめに，価格所得変化の場合について考えてみる。図２ａの二つの経路 L_1, L_2 に基づいて二つの需要曲線 $D(Y^0), D(Y^1)$ が得られたが，この二つの需要曲線が一致すれば経路 L_1，L_2 の消費者余剰は一致することになる。二つの需要曲線が一致するのは，所得効果がゼロとなる場合のみである。そこで，価格所得変化の場合，消費者余剰が調整経路に依存しないための条件は所得効果がゼロとなることである。この条件は，所得の弾力性がゼロとなる条件という条件に置き代えることもできる。

次に，多数価格変化の場合について考えてみる。図３ａの二つの経路 L_1, L_2 に基づいて図３ｂと図３ｃの需要曲線が得られた。そして，経路 L_1 の場合には消費者余剰は $u+x+y$ となり，経路 L_2 の場合には消費者余剰は $u+v+x$ となった。そのため，$v=x$ となれば二つの経路の消費者余剰は一致することになる。ではどのような条件の時にこの u と x は一致するのであろうか。それを考えるためには，スルツキー方程式を利用するのが最っとも分かりやすいであろう。スルツキー方程式によれば，価格変化の効果は代替効果と所得効果に分かれるが，この内代替効果は常に経路独立であり価格変化の順序には依存しない。それに対して，所得効果は各価格変化に対して異なるため，価格変化の順序に依存することになる。そこで，もし各価格変化に対する所得効果が等しければ，価格変化の総効果は等しくなる。このことから明らかなように，多数価格変化の場合の消費者余剰の一意性の条件は所得効果が等しくなることである。この条件は，各財の所得弾力性が等しくなる条件に置き代えることができる。

５．所得の限界効用一定

前節では，経路依存性の問題を回避するための条件が示された。この条件が満たされる場合には消費者余剰は経路に依存せずに計測できることになる。しかし，たとえ経路独立であっても消費者余剰の計測は一意的に

行えるが，消費者の効用の計測はかならずしも一意的には行えない。すなわち，消費者の効用を測定するためには，消費者余剰の一意性だけでは不十分であり，所得または貨幣の限界効用一定の条件が必要である。そこで，所得または貨幣の限界効用一定の条件の意味について検討してみることにする。[6]

はじめに，（価格）所得変化の場合について考えてみる。所得がY_1^0からY_1^1 ($\varDelta Y_1 = Y_1^1 - Y_1^0$) に変化する場合と，$Y_2^0$ から Y_2^1 ($\varDelta Y_2 = Y_2^1 - Y_2^0$) に変化する場合の比較を行うことにする。図４では二つの効用関数Uaと Ubが示されている。効用関数Uaは所得の限界効用が逓減し，効用関数Ubは所得の限界効用が一定である。そのため，効用関数Uaの場合同額の所得変化 $\varDelta Y_1$, $\varDelta Y_2$($\varDelta Y_1 = \varDelta Y_2$) に対して異った効用変化 $\varDelta$Ua と $\varDelta$Ua* とが生じる。それに対して，効用関数Ubの場合同額の所得変化 $\varDelta Y_1$, $\varDelta Y_2$($\varDelta Y_1 = \varDelta Y_2$) に対して同じ効用変化$\varDelta$Ub, $\varDelta$Ub*($\varDelta$Ub$=\varDelta$Ub*)が生じる。このように，たとえ経路独立（所得の弾力性ゼロ）であっても所得の限界効用が一定でなければ，価格所得変化の場合の消費者余剰は真の効用の尺度とならないのである。

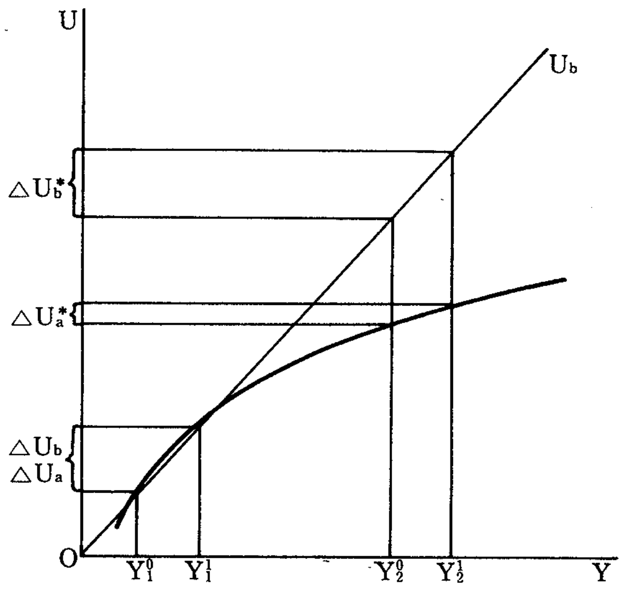

図4

次に，多数価格変化の場合について考えてみる。[6] 図5では，横軸に第1財価格縦軸に第2財価格がとられている。そして，価格は P_1^0, P_2^0 から，P_1^1, P_2^1 に変化するものとする。ただし，P_1 は上昇，P_2 は下落するケースのみを図示している。価格 P_1 の変化による消費者余剰の変化は ΔS_1 であり，価格 P_2 の変化による消費者余剰の変化は ΔS_2 であるものとする。しかも，この二つの消費者余剰の絶対値が同じであるものとする（経路独立）。すなわち，$\Delta S_2 = -\Delta S_1$ とする。また，λ_1 は価格 P_1 の経路に基づく所得の限界効用であり，λ_2 は価格 P_2 の経路に基づく所得の限界効用であるものとする。ΔS_1 は，第1財価格 P_1 の経路に沿った消費者余剰の変化であるが金額表示なので所得相当額の変化（income-equivalent change）とみなすことができる。そのため，第1財価格 P_1 の変化に基づく消費者余剰の変化 ΔS_1 と所得の限界効用 λ_1 とから第1財価格変化による効用変化が決定されることになる。すなわち，$\Delta U_1 = \lambda_1 \Delta S_1$ となる。

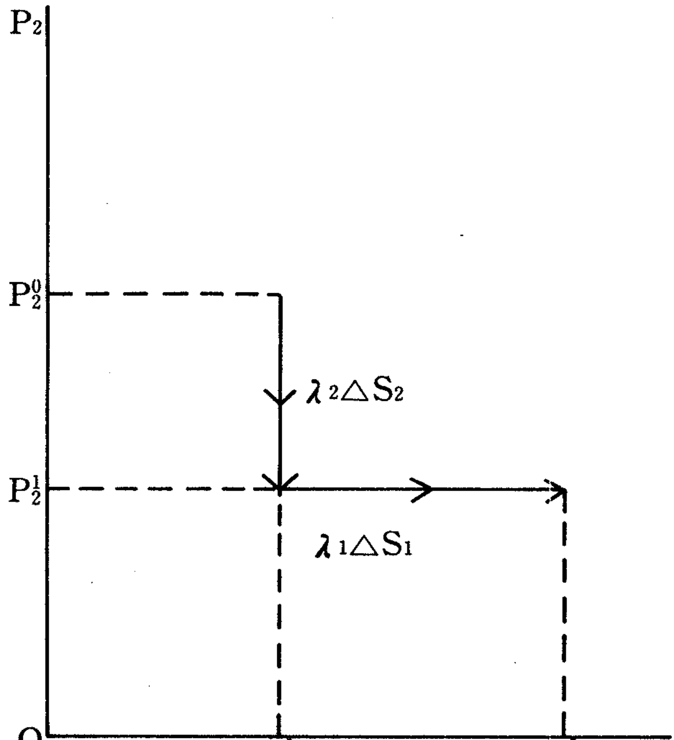

図5

同様にして，第２財価格 P_2 の変化による効用変化 ΔU_2 が決定される。すなわち，$\Delta U_2=\lambda_2\Delta S_1$ となる。

そのため，第１財価格と第２財価格の同時変化による総効用の変化 ΔU は

$$\Delta U=\Delta U_1+\Delta U_2$$

となる。

以上のような前提の下で，経路独立性や貨幣の限界効用一定と効用との関係を検討してみる。まず，財１の消費者余剰の増加額が財２の消費者余剰の減少額と相殺しても，財１の経路の所得の限界効用と財２の経路の所得の限界効用が等しくなければ総効用の変化分はゼロではなくなる。すなわち，

$$\Delta S=\Delta S_1+\Delta S_2=0$$

であっても

$$\lambda_1\neq\lambda_2$$

ならば

$$\Delta U=\lambda_1\Delta S_1+\lambda_2\Delta S_2\neq 0$$

となる。

このように，所得の限界効用が常に一定でなければ，例え経路独立であっても消費者余剰の変化 ΔS と効用の変化 ΔU とは対応しないことになる。そのため，消費者余剰が効用の貨幣的尺度となるためには，消費者余剰の一意性の条件だけでなく，所得の限界効用一定の条件も満たされることが必要となる。

以上のように，価格所得変化の場合にせよ多数価格変化の場合にせよ所得あるいは貨幣の限界効用一定の条件が満たされなければ消費者余剰は効用の貨幣的尺度とならないことが示された。このことから，所得あるいは貨幣の限界効用一定の条件についてさらに検討することが必要であるといえよう。そこで，以下の節では数学的手法を用いてあらためて所得あるい

は貨幣の限界効用一定の条件について検討してみることにする。

6．消費者の最適化行動[7)]

はじめに，一般的な消費者の最適化行動に関する前提を明らかにしておく。個別消費者は，次の効用関数Uを最大化する[7)]。

$$U=U(X_1, X_2, \cdots, Xn) \tag{1}$$

ここで，関数UはXi(i=1～n)に関して二階微分可能な準凹関数であり，しかも単調増加である。また，消費者の予算制約式は

$$Y=\sum_{i=1}^{n}PiXi \tag{2}$$

で与えられる。

消費者は，予算制約式(2)の制約の下で効用関数(1)を最大化する。これを解くために，

$$L=U(X_1, \cdots, Xn)+\lambda(Y-\sum PiXi)$$

というラグランジェ方程式を設定する。ここで，λ はラグランジェの未定乗数である。

最適化のための一階条件は

$$Ui\equiv\frac{\partial U}{\partial Xi}=\lambda Pi \qquad (i=1\sim n) \tag{3}$$

である。また，二階条件は準凹関数の想定の下では満たされている。

これら(2)，(3)から各財に対する需要関数が得られる。

$$Xi=Xi(P_1, \cdots, Pn, Y) \qquad (i=1\sim n) \tag{4}$$

また，ラグランジェ未定乗数についても解ける。

$$\lambda=\lambda(P_1, \cdots, Pn, Y) \tag{5}$$

次に，(4)を(1)に代入すると間接効用関数が得られる。

$$U=U(X_1, X_2, \cdots, Xn)$$
$$=U(X_1(P_1, \cdots, Pn, Y), \cdots\cdots, Xn(P_1, \cdots, Pn, Y))$$
$$\equiv V(P_1, P_2, \cdots, Pn, Y)\equiv V \tag{6}$$

ここで，Ｖは間接効用関数である。

この(6)を第ｉ財の価格と所得で微分すると

$$\frac{\partial V}{\partial Pi}=\lambda\Sigma Pj\ \frac{\partial Xj}{\partial Pi} \tag{7}$$

$$\frac{\partial V}{\partial Y}=\lambda\Sigma Pj\ \frac{\partial Xj}{\partial Y} \tag{8}$$

となる。

また，(2)より

$$\Sigma Pj\frac{\partial Xj}{\partial Pi}=-Xi \tag{9}$$

$$\Sigma Pj\frac{\partial Xj}{\partial Y}=1 \tag{10}$$

である。

(9)，(10)を(7)，(8)に代入すると

$$\frac{\partial V}{\partial Pi}=-\lambda Xi<0 \tag{11}$$

$$\frac{\partial V}{\partial Y}=\lambda>0 \tag{12}$$

となる。

(12)は，λ が所得の限界効用であることを示している。

(12)を(11)に代入すると

$$Xi=-\frac{\partial V/\partial Pi}{\partial V/\partial Y} \tag{13}$$

が得られる。この(13)は，ロイの方程式（the Roy equation）と呼ばれるものである。

7．経路依存性（数学的方法）[8]

前節の分析に基づいて積分経路依存性の問題について考えてみることにする。

価格と所得が $(P_1^0, \cdots, Pn^0, Y^0)$ から $(P_1^1, \cdots, Pn^1, Y^1)$ に変化した場合効用の変化は

$$\varDelta U = \varDelta V = V(P_1^1, \cdots, Pn^1, Y^1) - V(P_1^0, \cdots, Pn^0, Y^0) \tag{14}$$

で示される。

この事前と事後の効用の差は効用関数が与えられている場合は線積分によって計算することができる。

$$\begin{aligned} \varDelta V &= \int dV \\ &= \int_c \left(\frac{\partial V}{\partial Y} dY + \Sigma \frac{\partial V}{\partial Pi} dPi \right) \end{aligned} \tag{15}$$

ここで，c は価格所得空間におけるある積分経路を表わす。

また，(1)から

$$dU = \Sigma UidXi$$

となるので

$$\begin{aligned} \varDelta U = \varDelta V &= \int_c dV = \int_c dU \\ &= \int_c \Sigma UidXi = \int_c \Sigma \lambda PidXi \end{aligned} \tag{16}$$

となる。

また，(2)を全微分すると

$$dY = \Sigma XidPi + \Sigma PidXi \tag{17}$$

となるので，(16)は

$$\varDelta U = \int_c \lambda (dY - \Sigma XidPi) \tag{18}$$

となる。

この(18)の左辺は価格所得空間で価格と所得が $(P_1^0, \cdots, Pn^0, Y^0)$ から $(P_1^1,$

$\cdots, Pn^1, Y^1$) に変化した場合の効用の変化量を表わし，右辺は価格と所得が変化した場合のある積分経路上の積分を表わしている。もし，(18)の線積分が経路独立でないならば，効用の変化量ΔUは一意的ではないであろう。そこで，(18)が経路依存か経路独立かについて検討することが必要となる。

線積分の経路独立性の問題については次の数学的定理が利用される。

〔線積分の経路独立性〕

1．二点を結ぶ線積分

$$\int_C \sum_{i=1}^{n} gi(Z_1, \cdots, Zn)\,dZi \tag{19}$$

は，もし

$$gij \equiv \frac{\partial gi}{\partial Zj} = \frac{\partial gj}{\partial Zi} \equiv gji \quad (i, j = 1 \sim n) \tag{20}$$

ならば，経路 c から独立である。

2．もし，

$$gi \equiv fi \equiv \frac{\partial f}{\partial Zi} \quad (i = 1 \sim n) \tag{21}$$

となるような関数　$f \equiv f(Z_1, \cdots, Zn)$　が存在するならば，

$$gij = \frac{\partial^2 f}{\partial Zi \partial Zj} = \frac{\partial^2 f}{\partial Zj \partial Zi} = gji \tag{22}$$

となるので，積分可能性条件（経路独立の条件）は自動的に成り立つ。なお，この関数 f はポテンシャル関数と呼ばれている。

これらの条件が満たされると線積分は一意的な値を取ることになる。すなわち

$$\int_C \Sigma gi(Z_1, \cdots, Zn)\,dZi = \int_C df = \Delta f \tag{23}$$

となる。

この線積分に関する定理を利用すると，(15)において $V \equiv V(P_1, \cdots, Pn, Y)$ がポテンシャル関数としての役割を果すことになる。そのため，(15)は積分経路から独立に一意的な値を取ることになる。そこで，(15)を変形した(18)も積分経路から独立一意的な値を取ることになる。換言すれば，通常の効用関数を想定するかぎり(18)の経路独立性を先験的に与える必要はないことになる。

以上のように，効用の変化量は積分経路に依存しないことが明らかになった。しかし，このことはかならずしも(18)の右辺で示される線積分の計算が容易に行えることを意味しない。なぜならば，λ の関数型が与えられないかぎりたとえ積分経路に依存していなくても積分することができないからである。たとえば，(18)の右辺の所得の限界効用 λ を除いた式は貨幣表示の式となる。すなわち，

$$S = \int_C (dY - \sum XidPi) \tag{24}$$

もし，λ が経路Cに沿って常に一定ならば

$$S = \frac{\Delta U}{\lambda}$$

となる。それに対し，もし，λ が経路 c に沿ってかならずしも一定でないならばSはΔUと比例しないことになる。

このように，所得の限界効用 λ は効用を測定する場合極めて重要な関数となることは明らかである。そこで，この所得の限界効用 λ についてもう少し検討してみる。

まず，(13)のロイの方程式

$$Xj = -\frac{\partial V/\partial Pj}{\partial V/\partial Y}$$

を変形すると

$$-\lambda Xj=\frac{\partial V}{\partial Pj}$$

となる。

この式を所得Yについて微分すると

$$-\lambda\frac{\partial Xj}{\partial Y}-Xj\frac{\partial\lambda}{\partial Y}=\frac{\partial^2 V}{\partial Pj\partial Y}$$

$$=\frac{\partial^2 V}{\partial Y\partial Pj}$$

$$=\frac{\partial}{\partial Pj}\left(\frac{\partial V}{\partial Y}\right)$$

$$=\frac{\partial\lambda}{\partial Pj} \tag{25}$$

となる。

ここで，もし，全ての価格と所得とが同じに変化したとき所得の限界効用が一定となったとする。すなわち，

$$\frac{\partial\lambda}{\partial Pj}=\frac{\partial\lambda}{\partial Y}=0$$

このとき(25)から

$$\frac{\partial Xj}{\partial Y}=0 \tag{26}$$

となる。

しかし，この条件を予算制約式(2)を所得Yについて微分した式

$$\sum Pi\frac{\partial Xi}{\partial Y}=1$$

に代入すると，$\sum Pi\cdot 0=1$ となって矛盾してしまう。

このことから，所得の限界効用λは，全ての価格と所得とに関して同時に一定となることはありえないことになる。そのため，所得の限界効用は，せいぜい所得を除いた全ての価格に関して一定となるか，所得と$n-1$

個の価格に関して一定となるかのいずれかである。

次に，(18)の右辺の線積分が経路独立になる条件を求めてみる。

$$\frac{\partial \lambda Xi}{\partial Y}=\frac{\partial \lambda}{\partial Pi} \quad (i=1\sim n) \tag{27}$$

$$\frac{\partial \lambda Xi}{\partial Pj}=\frac{\partial \lambda Xj}{\partial Pi} \quad (i,j=1\sim n) \tag{28}$$

これらの条件は常に満たされる必要がある。そこで，これらの条件を利用して所得の限界効用について検討してみる。

第一に，所得は一定で全ての価格が変化する場合を取り上げてみる。

価格が変化したとき所得の限界効用が一定になるものとする。

$$\frac{\partial \lambda}{\partial Pi}=0 \quad (i=1\sim n) \tag{29}$$

このとき，経路独立の条件は

$$\frac{\partial Xi}{\partial Pj}=\frac{\partial Xj}{\partial Pi} \quad (i,j=1\sim n) \tag{30}$$

となる。

第二に，ある一つの財の価格（簡単化のため第n財とする）は一定で残りの価格全てと所得が変化する場合を取り上げる。

n−1 財の価格と所得が変化したとき所得の限界効用が一定になるものとする。

$$\frac{\partial \lambda}{\partial Pi}=0 \quad (i=1\sim n-1) \tag{31}$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial Y}=0 \tag{32}$$

このとき，経路独立の条件は

$$\frac{\partial Xi}{\partial Y}=0 \quad (i=1\sim n-1) \tag{33}$$

$$\frac{\partial Xi}{\partial Pj}=\frac{\partial Xj}{\partial Pi} \quad (i, j=1 \sim n-1) \tag{34}$$

となる。

しかし，逆に，これらの経路独立の条件が満たされても所得の限界効用は一定となるとはかぎらない。このことを，上の第一と第二の場合について調べてみる。

第一に，所得は一定で，

$$\frac{\partial Xi}{\partial Pj}=\frac{\partial Xj}{\partial Pi} \quad (i, j=1 \sim n) \tag{35}$$

の条件が満たされるものとする。すると，(18)の経路独立性の条件(28)から

$$Xi\frac{\partial \lambda}{\partial Pj}=Xj\frac{\partial \lambda}{\partial Pi} \quad (i, j=1 \sim n-1) \tag{36}$$

となる。

この条件はかならずしも所得の限界効用一定を意味していない。

第二に，第n財の価格は一定で，

$$\frac{\partial Xi}{\partial Pj}=\frac{\partial Xj}{\partial Pi} \quad (i, j=1 \sim n-1) \tag{37}$$

$$\frac{\partial Xi}{\partial Y}=0 \quad (i=1 \sim n-1) \tag{38}$$

の条件が満たされているものとする。すると，(18)の経路独立性の条件(27)(28)から

$$Xi\frac{\partial \lambda}{\partial Pj}=Xj\frac{\partial \lambda}{\partial Pi} \quad (i, j=1 \sim n-1) \tag{39}$$

$$Xi\frac{\partial \lambda}{\partial Y}=\frac{\partial \lambda}{\partial Pi} \quad (i=1 \sim n-1) \tag{40}$$

となる[9)]。

これらの条件はかならずしも所得の限界効用一定を意味していない。

最後に，所得の限界効用と消費者余剰との関係について検討してみる。

効用の変化の尺度は(18)によって与えられたが，所得の限界効用が一定ならば

$$\Delta U=\int_C \lambda(dY-\sum XidPi)$$

$$=\lambda\int_C (dY-\sum XidPi)$$

$$\equiv\lambda S \tag{41}$$

となる。

このSは何らの条件も課せられていない場合には，ある積分経路に沿った所得と支出の変化の尺度にしかすぎない。しかも，Sの経路独立性の条件を調べてみると

$$\frac{\partial Xi}{\partial Y}=\frac{\partial 1}{\partial Pi}\equiv 0 \quad (i=1\sim n) \tag{42}$$

$$\frac{\partial Xi}{\partial Pj}=\frac{\partial Xj}{\partial Pi} \quad (i,j=1\sim n) \tag{43}$$

となり，(42)が(26)の条件と同じになるため全ての価格と所得とが同時に変化することができない。そこで，Sに所得が一定という条件かある一つの価格が一定という条件を設定することによってSを特定化することが必要になる。

はじめに，所得は一定で価格が変化するという条件を与えるとSは

$$S=-\int_C\sum_{i=1}^{n} XidPi \tag{44}$$

となる。これは，多数価格変化の場合の消費者余剰と同じものである。そこで，この(44)の経路独立の条件を求めると

$$\frac{\partial Xi}{\partial Pj}=\frac{\partial Xj}{\partial Pi} \quad (i,j=1\sim n) \tag{45}$$

となる。

この条件は，(18)の経路独立の条件が満たされている場合に，さらに所得の限界効用が一定となる条件を追加したときに成り立つ経路独立の条件(30)と一致する。そのため，所得の限界効用が一定であれば，多数価格変化の場合の経路独立の条件が満たされ，消費者余剰Sは一意的な値を取ることになる。しかし，逆に，消費者余剰の経路独立の条件(44)が満たされても(35)と同じ条件しか得られないためかならずしも所得の限界効用は一定とならない。

次に，ある1財の価格（Pn）だけが一定で他の価格や所得は変化するという条件をSに与える。すると

$$S=\int_C (dY-\sum_{i=1}^{n-1} XidPi) \tag{46}$$

となる。これは，価格所得変化の場合の消費者余剰と同じものである。そこで，この(45)の経路独立の条件を求めると

$$\frac{dXi}{dY}=0 \quad (i=1\sim n-1) \tag{47}$$

$$\frac{\partial Xi}{\partial Pj}=\frac{\partial Xj}{\partial Pi} \quad (i,j=1\sim n-1) \tag{48}$$

となる。

この条件は，(18)の積分経路独立の条件が満たされている場合に，さらに所得の限界効用が一定という条件を追加したときに成り立つ経路独立の条件(33)(34)と一致する。そのため，所得の限界効用が一定であれば，価格所得変化の場合の経路独立の条件が満たされ，消費者余剰Sは一意的な値をとることになる。しかし，逆に，消費者余剰の経路独立の条件(37)(38)が満たされても(39)(40)と同じ条件しか求められないのでかならずしも所得の限界効用は一定とならない。このように，所得の限界効用一定という条件は極めて重要な条件であることが明らかになった。

8．効用の計測

前節で，効用の変化を測定するためには所得の限界効用一定の条件が必要であることが示された。しかし，所得の限界効用の関数型はかならずしも容易に求めることは出来ないため何らかの方法を講ずることが必要となる。そこで，効用の測定については大きく分けて三つの方向で研究が行われるようになった。

第一は，所得の限界効用の関数型をアプリオリに与えるという研究の方向である。これは，すでにサムエルソン（1942）によって指摘されている方向である。

第二は，効用の測定を近似的方法で行うという方向である。この方法は，所得の限界効用が一定となる関数型を直接求めるのは困難だから関数型の上限と下限を与えて近似的に求めていこうとするものである。

第三は，所得の限界効用が一定となる関数型を何らかの条件を与えることによって求めていこうとする方向である。

これら三つの方向の研究はそれぞれ特徴を持っているが理論上では第三の方向での研究が最っとも望しいことになる。しかし，現在のところ，第一および第二の方向での研究が中心である。そこで，これらの研究について簡単に紹介しておく。

まず，第一の方向の研究はサムエルソンによってすでに指摘されているが，重要な方法としては二つの方法がある[10]。第一は，所得は一定のとき全ての価格が変化しても所得の限界効用が一定となるような関数型を設定する方法である。具体的には，例えば

$$\frac{\partial U(P,Y)}{\partial Y}=\lambda(Y) \tag{49}$$

という関数型である。第二は，ある一つの財の価格が一定で，残りの価格全てと所得が変化したとき所得の限界効用が一定となるような関数型を設

定する方法である。具体的には，例えば

$$\frac{\partial U(P, Y)}{\partial Y} = \lambda(Pn) \tag{50}$$

である。

これら(49)および(50)の関数型は，前節の(29)および(31)(32)に対応している。

第二の方向の研究は，ハーバガー（Harberger 1971）によって始められた。その後，ウィリグ（Willig 1976, 1979），シード（Seade 1978），マッケンジー（Mckenzie 1979），チップマン・モーア（Chipman-Moore 1980）等によって展開されている。例えば，ウィリグの場合[11]，所得の限界効用一定の関数型を直接求めるのは困難であるということから，ヒックスの補償的変差と等差的変差とによって消費者余剰の上限・下限を求めこれに基づいて間接的・近似的に効用の測定を行った。

第三の方向の研究はあまり行われていないが，数少ない中にマッケンジー・ピアス（Mckenzie and Pearce 1976, 1982），マッケンジー（Mckenzie 1983）が含まれている。例えば，マッケンジーによれば，通常は所得の限界効用は一定ではないが，効用の測定を等差的変差の方法を利用して行えば，所得の限界効用は事後的に１に等しくなることが主張されている[12]。そして，このような考え方に基づいて観察可能なデータから消費者の効用を測定している。

以上のように，効用の測定についての研究は現在色々な方向での研究が進められているが，いずれも今後より一層の研究が必要とされているといえよう。

９．結論

本論文では，最近再び注目を集めている消費者余剰の理論についての展望を行った。そして，依然として所得の限界効用一定という条件が重要な

役割を果していることが明らかにされた。しかし，8節でも述べたように所得の限界効用一定という条件についての研究はいくつかの方向に向けて進められているが今のところまだ十分とはいえない。そのため，本論文でも所得の限界効用一定の重要性を指摘するにとどまった。そこで今後本論文の分析を基に現在行われている消費者余剰の議論を検討し，新しい方向を探っていく予定である。

注 1） この節は，Ng (1979) を参考にした。

2） ヒックスの消費者余剰の概念を説明しておく。（価格下落の場合）

(1) 補償的変差

消費者を価格変化前と同じ厚生水準に留めておきながら消費者から徴収できる補償額（ただし，負）

(2) 補償的余剰

消費者が補償がない場合に購入する量を新しい価格の下でも購入することを条件づけられている場合に，消費者を変化前と同じ厚生水準に留めておきながら消費者から徴収することのできる補償額（ただし，負）

(3) 等差的変差

価格変化がない場合に，消費者を価格変化があった場合の厚生水準にするため消費者に与えられる補償額

(4) 等差的余剰

消費者が補償がない場合に購入する量を古い価格の下でも購入することを条件づけられている場合に，消費者を価格変化後と同じ厚生水準にするために消費者に与えられる補償額

3） ここでの説明は，Just et al (1982) を参考とした。(p.73, 74)

4） ここでの説明は，Just et al (1982) を参考とした。(p.75)

5） Just et al (1982) の5．3参照。

6） Just et al (1982) の5．4参照。

7） Just et al (1982) の補論B参照。また，Varian, H. (1978) も参照。

8） Just et al (1982) の補論B，Takayama(1982) 参照

9） Just et al (1982) 補論B，Mishan (1977) 参照

10） Takayama (1982) ではこれら二つの方法について詳しい検討がなされており，しかも第三の方向での研究との関連性についても検討されている。

11） Willig (1976) の論文に対し，Mckenzie (1979) は不十分な分析方法として批判を行っている。それに対し，Willig (1979) は Mckenzie の

批判は的はずれであり，しかも，Mckenzie and Pearce (1976) で採用されている手法こそ誤りを含むものであると批判している。しかし，Mckenzie (1983) は，Willig の批判は妥当でないとし，さらに，より進んだ消費者余剰および効用の測定手法を提示している。

12) しかし，私見ではこの Mckenzie の主張は成立しないか別の条件が必要と思われる。例えば，Mckenzie and Pearce (1982) の p673 の (V) 等差的変差と (Vi) 貨幣的尺度で行われている推論を検討してみる。すなわち，「(V) 等差的変差は基準価格 ${}^0P$ である効用水準 $u({}^1P, {}^1Y)$ の下での購入を行う貨幣の合計 である。 すなわち，方程式 $u({}^1P, {}^1Y) = u({}^0P, Y)$ のYについての解である。

(Vi) 貨幣的尺度。補償的変差と異なり，等差的変差はそれ自体効用の指標であることに注意することが重要である。$Y = u^{-1}({}^0P, u)$ が得られるので，Y は $P \equiv {}^0P$ に対し u の一価増加関数と期待される。$u({}^1P, {}^1Y)$ を u に置き代えると要求された効用指標として $Y = u^{-1}({}^0P, u({}^1P, {}^1Y))$ を得る。この効用の一般指標は，${}^1P \equiv {}^0P$の下で${}^1Y$の全ての値に対し $\partial Y/\partial {}^1Y \equiv 1$ となるが，決して特殊ケースではない。この指標は，暗黙的な貨幣の限界効用が基準価格 ${}^0P$ の下でYの全ての値に対して完全に1になるように選択されている。この指標は，しばしば貨幣的尺度と呼ばれている。」というのが彼らの推論である。この推論を少し詳しく検討してみる。

まず，$u({}^1P, {}^1Y) = u({}^0P, Y)$ から $Y = u^{-1}({}^0P, u)$ を導出し，さらに，$Y = u^{-1}({}^0P, u({}^1P, {}^1Y))$ を得るところまでは問題ない。しかし，${}^1P \equiv {}^0P$ を与えると，${}^1Y \equiv Y$ となる。そのため，$\partial {}^1Y/\partial Y \equiv \partial Y/\partial Y \equiv 1$ となるのである。

次に，${}^1P \equiv {}^0P$ と ${}^1Y \equiv Y$ を $Y = u^{-1}({}^0P, u({}^1P, {}^1Y))$ に代入すると $Y = u^{-1}({}^0P, u({}^0P, Y))$ となる。この式をYで偏微分してみる。すると，$\partial Y/\partial Y = (\partial u^{-1}/\partial u) \cdot (\partial u/\partial Y)$ となる。しかも $\partial Y/\partial Y \equiv 1$ より $(\partial u^{-1}, \partial u) \cdot (\partial u/\partial Y) \equiv 1$ となる。この式は $Y = u^{-1}$を利用すると $(\partial Y/\partial u)/(\partial u/\partial Y) \equiv 1$ となる。この式から明らかなようにこれは常に成立つ恒等式である。そのため，Mckenzie and Pearce が主張しているように所得（貨幣）の限界効用が常に1になるという結論は得られないことになる。彼らの推論から出てくる結論は，$u = u({}^1P, {}^1Y) = u({}^0P, Y) = u(Y; {}^0P)$ から明らかなように，価格所得変化が効用に与える効果を所得変化の効果だけで表わすことができるということだけである。すなわち，$\partial u/\partial Y \equiv 1$ という結論は彼らの推論からは出てこないのである。

参考文献

1. Burns, M.E. 1973. "A Note on the Concept and Measure of Consumer's Surplus". American Economic Review 53 p335-44
2. Chipman, J.S., and Moore, J.C. 1980. "Compensating Variation, Consumer's Surplus, and Welfare." American Economic Revie 70 p933-49
3. Currie, J.M., Murphy, J.A., and Schmitz, A. 1971 "The Concept of Economic Surplus and Its Use in Economic Analysis." Economic Journal 81 p741-99
4. Dixit, A.K., and Weller, P.A. 1979. "The Three Consumer's Surpluses." Economica 46 p125-35
5. Dupuit, J. 1844. "De la Mésure de l'utilité des travaux publics." (translated in K.J.Arrow and T. Scitovsky, eds., Readings in Welfare Economics. Homewood, Ill. Irwin)
6. Harberger, A.C. 1971. "Three Basic Postulates for Applied Welfare Economics: An Interpretative Essay." Journal of Economic Literature 9 p785-97
7. Hause, J.C. 1975. "The Theory of Welfare Measurement." Journal of Political Economy 83 p1145-82.
8. Hausman, A. 1981. "Exact Consumer's Surplus and Deadweight Loss." American Economic Review 71 p662-676.
9. Hicks, J.R. 1940. "The Rehabilitation of Consumer's Surplus." Review of Economic Studies 8 p108-16.
10. Hicks, J.R. 1942. "Consumer's Surplus and Index Numbers." Review of Economic Studies 9 p126-37.
11. Hicks, J.R. 1946. Value and Capital. Oxford University Press.
12. Just, R.E., Hueth, D.L., and Schmitz, A. 1982. Applied Welfare Economics and Public Policy. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J. 07632.
13. 今井，宇沢，小宮，根岸，村上著 1971 年「価格理論 II」岩波書店
14. Katzner, D.W. 1967. "A Note on the Constancy of the Marginal Utility of Income." International Economic Review 8 p128-130.
15. Mckenzie, G.W. 1979. "Consumer's surplus without Apology:A Comment." American Economic Review 69 p465-8.
16. Mckenzie, G.W. 1983. Measuring economic Welfare. Cambridge University Press.
17. Mckenzie, G.W., and Pearce, I.F. 1976. "Exact Measures of Welfare and the Cost of Living." Review of Economic Studies 43 p465-8.

18. Mckenzie, G.W., and Pearce, I.F. 1982 "Welfare Measurement - A Synthesis." American Economic Review 72 p669-82.
19. Marshall, A. 1890. Principles of Economics. London. Macmillan.
20. Mishan, E.J. 1976. "The Use of Compensating and Equivalent Variation in Cost-Benefit Analysis." Economica 43 p185-97.
21. Mishan, E.J. 1977. "The Plain Truth about Consumer Surplus." Nationalokonomie Journal of Economics. 37 p1-24.
22. Mohring, H. 1971. "Alternative Welfare Gain and Loss Measures." Western Economic Journal 9 p349-68
23. Ng, Y.K. 1979. Welfare Economics. The Macmillan press Ltd.
24. Roy, R. 1947 . "La distribution du revenu entre les divers biens." Econometrica. 15 P205-225
25. Samuelson, P.A. 1942. "Constancy of the Marginal Utility of Income." In O.Lange, F. Mcintyre, and T.O. Yntema, eds., Studies in Mathematical Economics and Econometrics, p75-91. University of Chicago Press.
26. Samuelson, P.A. 1947. Foundations of Economic Analysis. Cambridge, Mass. Harvard University Press.
27. Samuelson, P.A. 1950. "The Problem of Integrability in Utility Theory." Economica 17 p355-85.
28. Seade, J. 1978. "Consumer's Surplus and Linearity of Engel Curves." Economic Journal 88 P411-523.
29. Takayama, A. 1982 "Consumer's Surplus without Tears." (Discussion Paper.)
30. Varian, H. 1978. Microeconomic Analysis. New York, Norton
31. Willig, R.D. 1976. "Consumer's Surplus Without Apology." American Economic Review 66 p589-97.
32. Willig, R.D. 1979. "Consumer's Surplus Without Apology:Reply." American Economic Review 69 p589-74.