

# 企業の実物部門と金融部門の同時最適化

藤 岡 明 房

## 1. はじめに

従来、経済学では、企業の実物的側面の分析が主であり、金融的側面の分析は遅れていた。そして、金融的側面の分析は、金融論や財務管理論のような他の分野において行なわれていた。しかし、最近、企業の金融的側面の分析が進められた結果、他の分野の分析と差がなくなってきた。<sup>1)</sup>このような理論面での発展にともない、実証面でも、企業の金融活動を組み入れた計量経済モデルが作られるようになってきた。<sup>2)</sup>さらに、データ面でも、企業の実物的側面と金融的側面が整合性をもつような形で整備されるようになってきている。<sup>3)</sup>

本論文は、企業の行動を実物的側面だけでなく金融的側面も考慮に入れて定式化することが目的である。その場合、従来、あまり考えられなかった、この2つの側面の間に存在する関係を明らかにしていく。すなわち、第1に、実物的側面と金融的側面とは、収支バランス式によってリンクされているということ、第2に、企業の全体管理を行なう者は、内部価格またはシャドー・プライスを利用することによって、実物的側面と金融的側面の個別管理だけでなく、全体管理も行なうことが可能である。ということを示す。これを明らかにしていく。

## 2. 収支バランス式（事前、事後の区別）

# (1) 収支バランス式

企業の行動は、大きく分けて、実物的側面と金融的側面から成り立っている。しかし、この両側面は、個別に独立なのではなく、全体として一つの体系をなしているのである。そのため、フローでみた場合には、損益計算書として示され、ストックとしてみた場合には、貸借対照表として示されるのである。このことを、新SNAにおける分類に基づいて調べてみる<sup>4)</sup>。図1は、新SNAにおける企業の生産および収支の構造である。

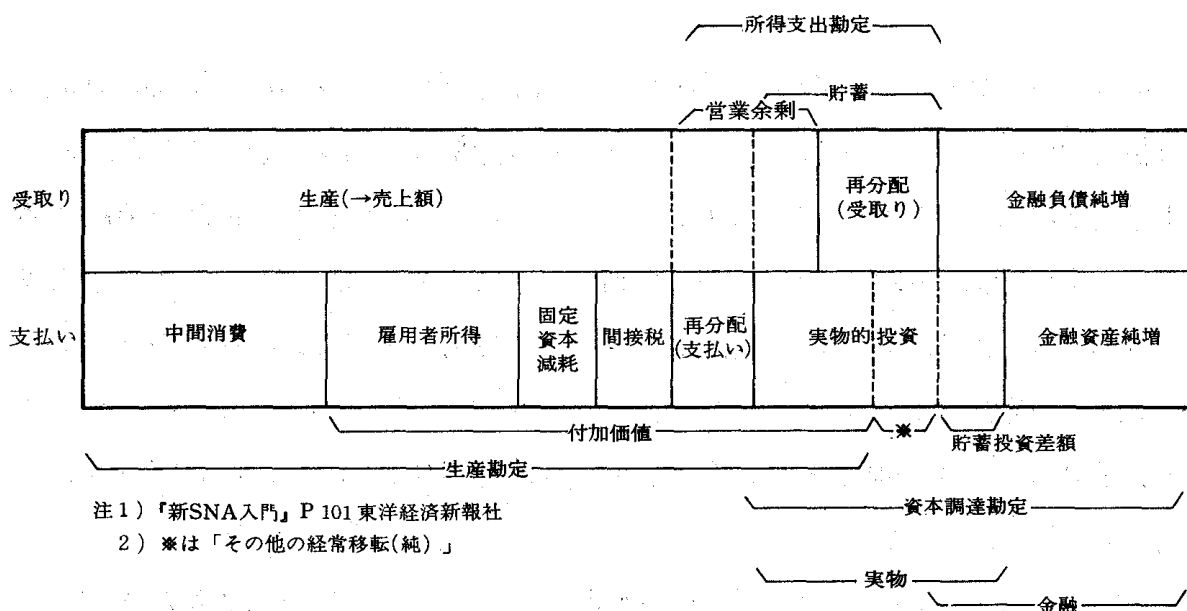


図1

新SNAでは、企業の活動を経常取引と資本取引に分けているため、実物的投資を、資本取引の中に含めている。<sup>5)</sup>

企業の収支バランス式は、次のようになる。

$$P_X \cdot X + T_R + \sum \Delta Li = A \cdot P_X \cdot X + \omega \cdot N + P_I \cdot I + T_X + \sum \Delta Ai$$

ここで

$P_X \cdot X$  = 生産額 = 生産物価格 × 生産量

$T_R$  = 再分配 (受取り)

$\Delta Li$  = 金融負債  $i$  の純増

$A \cdot P_x \cdot X =$  中間生産物

$\omega \cdot N =$  雇用者所得

$P_I \cdot I =$  投資額（固定資本減耗を含む。）

$T_x =$  再分配（支払い）

$\Delta A_i =$  金融資産  $i$  の純増

である。

この収支バランス式は、次のように置きかえることが出来る。

$$\underbrace{P_x \cdot X - A \cdot P_x \cdot X - \omega \cdot N + T_R - T_x - P_I \cdot I}_{\text{利潤＝貯蓄}} = \underbrace{\sum \Delta A_i - \sum \Delta L_i}_{\text{金融資産純増}}$$

貯蓄・投資差額

この式から明らかなように、収支バランス式は、貯蓄・投資差額＝金融資産純増という、実物的側面と金融的側面とをリンクする関係式である。

## (2) 収支バランス式の解釈

企業の収支バランス式は、事後的には恒等式である。すなわち、企業がどのような行動をとったとしても、事後的には、収支バランス式は成り立つのである。しかし、事後的に成立する収支バランス式の各項目の値が、企業にとって望ましいものである保証はない。つまり、収支バランス式が成り立つということと、収支バランス式の構成が望ましいものであるということとは、別の次元の問題である。

企業が、自己の行動を事前に決定しようとする場合、収支バランス式の各項目の値を望ましいものにしようとするであろう。その場合、企業は、事前的には、この収支バランス式を、予算制約式とみなして行動するものと想定することが出来るであろう。<sup>6)</sup>

企業が、収支バランス式を予算制約式とみなして最適化行動をとるならば、もし、最適状態が実現した場合には、事後的な収支バランス式は、事前に意図した収支バランス式となる。

このような想定は、従来の実物的側面だけを取り扱った企業モデルの想定とは異なっているため、その内容を検討する必要がある。

### (3) 収支バランス式に基づく企業の最適化モデル

企業は、収支バランス式を予算制約式とみなし、実物部門と金融部門の同時最適化を行なうものと想定する。このとき、簡単化のため、次のような仮定を設ける。

#### 仮定 1

実物部門の利潤と金融部門の利潤の合計を最大化する。ここで、実物部門の利潤というのは、労働と資本を生産関数に基づいて投入し、生産活動を行なった結果得られる利潤であり、金融部門の利潤というのは、金融資産残高の利子収入額から、金融負債残高の利子支払額を引いた差額、等から得られる利潤である。

#### 仮定 2

金融部門の利潤は、今期の金融資産・負債残高から発生し、来期に実現する。

この仮定は、静学モデルの定式化の形式上、簡単化のため設けられる。この仮定がないと、収支バランス式の移転所得を、外生ではなく内生化しなければならなくなってしまう。

#### 仮定 3

金融資産・負債の収益率として、金融証券等の名目収益率に、それらの価格変動による資本利得・損失を加えた実質収益率<sup>7)</sup>を考える。

以上の仮定の下で、企業の実物部門と金融部門の同時最適化モデルを定式化すると、次のようになる。<sup>8)</sup>

〔同時最適化モデル〕

$$\text{Max } \pi = P_X \cdot X - A \cdot P_X \cdot X - \omega \cdot N - r_K \cdot K + \sum R_i(W_i) - \sum C_i(W_i)$$

S. t

$$X = F(N, K)$$

$$P_X \cdot X - A \cdot P_X \cdot X - \omega \cdot N - r_K \cdot K + \bar{T}_R - \bar{T}_X = \sum A_i - \sum L_i - \sum \bar{W}_i^{-1}$$

$$W_i = A_i - L_i$$

### 「企業の実物部門と金融部門の同時最適化」

ここで、 $F(N, K)$  は、生産関数であり、 $W_i$  は、今期の金融純資産残高。 $\overline{W}_i^{-1}$  は、前期の金融純資産残高である。

このモデルの最適条件を求めると、従来の企業の最適条件である、実物部門の

$$P_x \cdot (1-A) \cdot \frac{\partial F}{\partial N} = w$$

$$P_x \cdot (1-A) \cdot \frac{\partial F}{\partial K} = r_K$$

という条件と共に、金融部門の

$$\lambda = \frac{\partial R_i}{\partial W_i} - \frac{\partial C_i}{\partial W_i} \quad (i=1 \sim n)$$

という条件が得られる。ただし、 $\lambda$  は、ラグランジェ未定乗数である。

このことから、このモデルは、実物部門と金融部門の個別部門の最適化を達成するとともに、全体の最適化も達成する同時最適化モデルであることが、示されたことになる。

## 3. 企業の分権的管理と全体的管理

### (1) 企業の分権的管理

前章で、企業は、実物部門と金融部門から成り立ち、しかも、この両部門を同時に最適化するモデルを定式化した。このモデルは、従来の実物部門だけ、または、金融部門だけのモデルを統合した総合モデルといえる。この章では、この総合モデルに基づいて、従来のモデルの意味を考えていくことにする。

従来のモデルでは、実物部門と金融部門とは、それぞれ自己の部門の利潤の最大化を企っていた。そのため、企業は、個別の部門毎に、分権的な管理を行っていたことになる。<sup>9)</sup>しかし、企業全体としての利潤最大化については、明示的に取り扱っていなかった。そのため、分権的管理だけで

は、企業全体の最適化が達成されている保証がないことになる。そこで、分権的管理のみならず、全面的管理についても、その管理機能を明示的に示すことが必要となってくる。

以上のことから、企業は、まず、実物部門と金融部門という部門レベルで最適化を行ない、次に、各部門の最適化の条件の下で、全体の最適化を行なう、という2段階の最適化を行なっているものとみなすことが出来る。このことを明らかにするために、個別部門の最適化と、全体の最適化を達成するための基準を調べていくことにする。

## (2) 同時最適化モデル

全体的管理と分権的管理の関係を調べるために、前章の企業の同時最適化モデルを、より単純化する。それが、モデルAである。

[モデル A]

$$\begin{aligned} \text{Max } \pi &= Rr(y_1, \dots, y_n) - Cr(y_1, \dots, y_n) \\ &\quad + R_m(W_1, \dots, W_n) - C_m(W_1, \dots, W_n) \\ \text{S.t} \end{aligned}$$

$$Rr(y_1, \dots, y_n) - Cr(y_1, \dots, y_n) = \sum_j W_j - \sum_j \bar{W}_j^{-1}$$

ここで、

$Rr(\cdot) =$  実物部門の収入関数

$Cr(\cdot) =$  実物部門の費用関数

$R_m(\cdot) =$  金融部門の収入関数

$C_m(\cdot) =$  金融部門の費用関数

である。

ただし、生産関数は、明示的には取り扱わない。

このモデルの最適条件は

$$\frac{\partial Rr}{\partial y_i} = \frac{\partial Cr}{\partial y_i} \quad (i=1 \sim n)$$

$$\lambda = \frac{\partial R_m}{\partial w_j} - \frac{\partial C_m}{\partial w_j} \quad (j=1 \sim m)$$

である。<sup>10)</sup>

### (3) 分権的管理モデル

次に、実物部門と金融部門が、それぞれ独立に利潤最大化を行なう分権的管理モデルについて調べてみる。はじめに、分権的管理モデルにおける予算制約式について明らかにしておく。

企業全体としての予算制約式は

$$Rr(y_1, \dots, y_n) - Cr(y_1, \dots, y_n) = \sum_j W_j - \sum_j \bar{W}_j^{-1}$$

である。

実物部門は、実物部門だけの利潤額を、上位の管理部門から与えられるものとする。すなわち、今期の貯蓄・投資差額、または、金融資産純増額を与えられるものとする。

同様に、金融部門も、今期の貯蓄・投資差額、または、金融資産の純増額を与えられるものとする。

さらに、上位の管理部門は、実物部門と金融部門に対して与える予算額（貯蓄・投資差額、または、金融資産純増額）を自由に変更出来るものとする。

このとき、実物部門の最適化モデルは、モデルB 1に示される。<sup>11)</sup>

〔モデル B 1〕

$$\text{Max } \pi r = Rr(y_1, \dots, y_n) - Cr(y_1, \dots, y_n)$$

S. t

$$Rr(y_1, \dots, y_n) - Cr(y_1, \dots, y_n) = \bar{W} - \sum_j \bar{W}_j^{-1}$$

ここで  $\bar{W} = \sum_j \bar{W}_j$  である。

このモデルB 1の最適条件は

$$\frac{\partial Rr}{\partial y_1} = \frac{\partial Cr}{\partial y_1}$$

である。

次に、金融部門の最適化モデルは、モデルB 2に示される。<sup>12)</sup>

〔モデル B 2〕

$$\text{Max } \pi_m = R_m(W_1, \dots, W_m) - C_m(W_1, \dots, W_m)$$

S. t

$$\sum_j W_j = \sum_j \bar{W}_j^{-1} + \bar{S} \cdot \bar{I}$$

ここで、 $\bar{S} \cdot \bar{I}$  は、金融部門の予算額として与えられる貯蓄・投資差額である。そのため、金融部門は、前期の金融資産負債残高と、貯蓄・投資差額相当分とを総予算として、今期の金融資産負債残高を決定することになる。

このモデルを解くと、最適条件は、

$$\frac{\partial R_m}{\partial W_j} - \frac{\partial C_m}{\partial W_j} = -\eta$$

となる。

#### (4) 分権的管理モデルの問題点

企業の同時最適化モデル A と、分権的管理モデル B 1 および B 2 とを比較してみると、最適化を達成するための必要条件は、類似している。特に、モデル B 1 の実物部門については、限界条件は、同時最適化モデルと同一である。しかし、金融部門については、ラグランジェ乗数  $\lambda$  と  $\mu$  とが、同一である保証はない。

このことから、同時最適化モデルの最適条件と、分権的管理モデルの最適条件は、かならずしも一致しないことになる。すなわち、実物部門と金融部門とが、独立に最適化を達成しても、企業全体として、最適化を達成したとはいえないことになる。

では、企業全体の管理部門は、どのような基準に基づいて、企業の最適化を達成するのであろうか。その企業全体の最適化のための基準は、ラグランジェの未定乗数、すなわち、各部門の予算制約のシャドー・プライスである。そこで、シャドー・プライスの意味について、さらに検討してみ

ることとする。

(5) シャドー・プライス

実物部門の制約条件である予算制約式は、

$$Rr(y_1, \dots, y_n) - Cr(y_1, \dots, y_n) = \bar{W} - \sum \bar{W}j^{-1}$$

である。

この実物部門のシャドー・プライス  $\mu$  は、所得制約  $\bar{W} - \sum \bar{W}j^{-1}$  が一単位増加することによって生じる利潤の減少を意味している。例えば、資産  $\bar{W}$  が、一単位増加した場合には、

$$\frac{d\pi_r}{d\bar{W}} = (-)\mu$$

となる。

金融部門のシャドー・プライス  $\eta$  は、予算制約

$$\sum Wj = \sum \bar{W}j^{-1} + \bar{S} \cdot \bar{I}$$

が、一単位増加することによって生じる利潤の減少を意味する。

例えば、貯蓄・投資差額分の  $\bar{S} \cdot \bar{I}$  が、一単位増加した場合には、

$$\frac{d\pi_m}{d\bar{S} \cdot \bar{I}} = (-)\eta$$

となる。

実物部門の予算制約式と金融部門の予算制約式とを比較してみると、企業全体の予算制約式

$$Rr(y_1, \dots, y_n) - Cr(y_1, \dots, y_n) = \sum Wj - \sum \bar{W}j^{-1}$$

の中で、実物部門は、 $\sum Wj$  を、金融部門は  $Rr(y_1, \dots, y_n) - Cr(y_1, \dots, y_n)$  を外生と想定していることになる。このことから、実物部門と金融部門のシャドー・プライスは、適当に決定されるのではなく、企業全体の予算を両部門の間でどのように配分するかによって決定されるのである。

このように、企業の管理部門は、実物部門と金融部門の予算額の配分を操作することによって、両部門のシャドー・プライスを変更することが可

能であることになる。しかし、企業は、各部門のシャドー・プライスを均等化させるというインセンティブを持っているであろうか。これについては、企業の管部部門が、全体の利潤を最大化させるように、各部門の予算額を操作するものとみなすならば、シャドー・プライスを均等化させるというインセンティブを持っていることになる。

#### 4. 企業の実物部門の分権的管理

##### (1) 実物部門の分権的管理

企業の行動は、実物部門と金融部門を同時に最適化するとみなすことが出来るが、一方、実物部門と金融部門が、個別的に分権的管理を行ない、さらに、上位の機関である管理部門が、全体的管理を行なって最適化を達成するとみなすことも出来ることが明らかになった。そこで、まず、実物部門についての分権的管理モデルを作ることにする。

実物部門では、金融的変数については考慮せず、実物的変数についてだけ決定するものとする。この場合、金融的変数は、実物部門に与えられた予算額として一括して取り扱われる。また、投資については、資本財の購入とみなせば、実物面での行動であり、資本金の借入や株式の発行とみなせば、金融面での行動である。そこで、本論文では、実物面での行動とみなし、実物部門で最適化が行なわれるものとする。

##### (2) 実物部門の最適化モデル

実物部門の最適化行動をモデルとして定式化することにする。

[モデル D]

$$\begin{aligned} \text{Max } \pi_r = & P_x \cdot X - \omega \cdot N - A \cdot P_x \cdot X - P_I \cdot I \\ & + \sum R_i^{t-1} \cdot A_i^{t-1} - \sum R_i^{t-1} \cdot L_i^{t-1} \\ & - \delta \cdot P_K \cdot K^{t-1} - \text{Tax} \end{aligned}$$

S. t

$$\begin{aligned} & P_x \cdot X + \sum Li + \sum (1 + Ri^{t-1}) \cdot Ai^{t-1} \\ & = A \cdot P_x \cdot X + \omega \cdot N + P_I \cdot I + \sum (1 + Ri^{t-1}) \cdot Li^{t-1} \\ & \quad + \sum Ai + \delta \cdot P_K \cdot K^{t-1} + Tax \\ & X = F(K^{t-1}, N) \\ & K^t = I + K^{t-1} - \delta K^{t-1} \end{aligned}$$

ここで

$\sum Ri^{t-1} \cdot Ai^{t-1}$  = 金融資産の総収益

$\sum Ri^{t-1} \cdot Li^{t-1}$  = 金融負債の総支払

$Tax$  = 課税額

$\delta$  = 減価償却率

$K^t$  = t 期の資本量

$P_K$  = 資本財価格

である。

他の記号は、前のモデルの記号と同じである。

実物部門は、雇用量と投資量とを操作することによって、生産量、資本量を決定する。そのための最適化の必要条件は、

$$\omega = (1 - A) \cdot P_x \cdot \frac{\partial X}{\partial N}$$

$$P_I = (1 - A) \cdot P_x \cdot \frac{\partial X}{\partial K}$$

である。

これらの最適条件を満足する解が存在すれば、それが最適解である。(ただし、実物部門の予算額の与え方によっては、当然、最適解が存在しない可能性も存在する。)

最適解は

$$\begin{aligned} N^* = N(P_x, \omega, P_I, P_K; Tax, \delta, \sum Ri^{t-1} \cdot Ai^{t-1}, \sum Ri^{t-1}, Li^{t-1} \\ \sum Ai - \sum Li) \end{aligned}$$

$$I^*=I(\quad)$$

$$K^*=K(\quad)$$

$$X^*=X(\quad)$$

となる。

ここで、 $(P_x, \omega, P_I, P_K; \text{Tax}, \delta, \sum R_i^{t-1} \cdot A_i^{t-1}, \sum R_i^{t-1} \cdot L_i^{t-1}, \sum R_i A_i - \sum R_i A_i)$  は、外生変数である。

この最適値が決定すると、利潤  $\pi_r$  は、

$$\begin{aligned} \pi_r^* &= P_x \cdot X^* - \omega \cdot N^* - A \cdot P_x \cdot X^* - \delta \cdot P_K \cdot K^* \\ &\quad + \sum R_i^{t-1} \cdot A_i^{t-1} - \sum R_i^{t-1} \cdot L_i^{t-1} - P_I \cdot I^* - \text{Tax} \end{aligned}$$

となる。

この利潤は、投資額や、株式の配当を支払った後の利潤である。すなわち、内部留保（≡貯蓄）に基づいて投資を行なった差額である。そのため、利潤は、貯蓄・投資差額とみなすことができる。

$$\begin{aligned} \pi^* &\equiv \text{企業貯蓄} - \text{企業投資} \\ &= S - P_I \cdot I \end{aligned}$$

貯蓄・投資差額は、実物部門の収支バランス式を利用すると、

$$\pi^* = \sum A_i^t - \sum A_i^{t-1} - (\sum L_i^t - \sum L_i^{t-1})$$

なので

$$S - P_I \cdot I^* = \sum \Delta A_i - \sum \Delta L_i$$

となる。

この式は、

$$\text{貯蓄} \cdot \text{投資差額} = \text{金融資産純増}$$

を表わしている。

このように、実物部門は、管理部門から与えられた予算額の下で、最適な行動の決定を行なうことができることになる。

## 5. 企業の金融部門の最適化行動

### (1) 金融部門の分権的管理

金融部門では、実物的変数については考慮せず、金融的変数についてのみ決定を行なう。この場合、金融部門は、管理部門から予算を与えられ、実物的変数を一括して取り扱うことが出来るものとする。

前章で取り扱った金融部門のモデルでは、収益関数や、費用関数を一般的な関数として定式化した。しかし、金融的変数の場合には、不確実性の問題が重要なので、本章では、不確実性についても分析出来るように、モデルを特定化することにする。

そこで、ポートフォリオ選択理論の一つである、「期待効用理論」を利用することにする。<sup>13)</sup>

まず、各金融資産は、個別の金利をもっているが、その金利水準は不確実であり、確率分布を形成しているものとする。

金利、または、実質収益率の期待値、分散、共分散についての情報が与えられるならば、企業の金融部門は、これらに基づく期待効用を最大化するものと仮定する。

ここで、以下のような記号を設定する。

$E(U)$  = 期待効用

$U(\pi)$  = 期待効用関数

$P(\pi)$  = 確率密度関数

$\pi$  = 利潤

### (2) 金融部門の最適化モデル

金融部の最適化行動を、期待効用仮説に基づいてモデルとして定式化する。

[モデル E]

$$\text{Max } E(U) = \int_{-\infty}^{+\infty} U(\pi) P(\pi) d\pi$$

S. t

$$\pi = \sum R_i A_i - \sum R_i L_i$$

$$\bar{W} = \sum A_i - \sum L_i$$

この金融部門の最適化行動モデルを解くにあたって、次のような単純化の仮定を設けることにする。

$$\bar{U}(\pi) = 1 - e^{-a\pi}$$

( $a$  = 危険回避度)

$$P(\pi) = k \exp\{-\frac{1}{2}(\pi - \hat{\pi})^2 / \sigma_{\pi\pi}\}$$

$$\sigma_{\pi\pi} = \sum_k \sum_{k'} A_k A_{k'} \sigma_{kk'} - \sum_k \sum_{k'} L_k L_{k'} \sigma_{kk'}$$

$$\hat{\pi} = \sum \hat{R}_k A_k - \sum \hat{R}_k L_k$$

ここで、

$\hat{\pi} = \pi$  の期待値

$\sigma_{\pi\pi} = \pi$  の共分散である。

$\hat{R}_k$  = 金融資産・負債  $k$  の期待収益率

$\sigma_{kk'}$  = 金融資産・負債  $k$  と金融資産・負債  $k'$  との共分散

である。<sup>14)</sup>

このとき、期待効用は

$$E(U) = 1 - \exp[a\sigma_{\pi\pi}/2 - \hat{\pi}]$$

となる。

この期待効用が、金融部門の目的関数であるが、この目的関数を最大化するのと、

$$\hat{\pi} - \frac{1}{2}a\sigma_{\pi\pi}$$

を最大化するのとは、同値となる。

そこで、モデルを再定式化すると、次のようになる。

[モデル ]

$$\text{Max } \hat{\pi} - \frac{1}{2}a\sigma_{\pi\pi}$$

「企業の実物部門と金融部門の同時最適化」

S. t

$$\hat{\pi} = \sum R_k A_k - \sum R_k L_k$$

$$\bar{W} = \sum A_k - \sum L_k$$

このモデルの最適性の必要条件を求めてみると、次のようになる。

$$\hat{R}_1 - a \sum A_k' \sigma_{1k}' - \lambda = 0$$

$$\hat{R}_m - a \sum A_k' \sigma_{mk}' - \lambda = 0$$

$$-\hat{R}_1 + a \sum L_k' \sigma_{1k}' + \lambda = 0$$

$$-\hat{R}_m + a \sum L_k' \sigma_{mk}' + \lambda = 0$$

$$\bar{W} - \sum A_k + \sum L_k = 0$$

これらを、ベクトル表示になおすと

$$\begin{bmatrix} aVC & 0 & 1 \\ 0 & (-)aVC & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ L \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{R} \\ -\hat{R} \\ W \end{bmatrix}$$

となる。

ここで

$$VC = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \cdots & \sigma_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ \sigma_{m1} & \cdots & \sigma_{mm} \end{bmatrix}$$

$$A = (A_1, \dots, A_m)' \quad (\text{転置行列})$$

$$L = (L_1, \dots, L_m)' \quad ( \quad " \quad )$$

$$\hat{R} = (\hat{R}_1, \dots, \hat{R}_m)' \quad ( \quad " \quad )$$

である。

この式を変形すると

$$\begin{bmatrix} A \\ L \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aVC & 0 & 1 \\ 0 & -aVC & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{R} \\ -\hat{R} \\ W \end{bmatrix}$$

となる。

この式より，金融部門は，金融資産・負債の実質収益率，および，金融資産残高の総額が与えられると，最適な金融資産・負債の残高の組み合わせを決定することができる。すなわち，

$$A_k^* = A(\hat{R}_1, \dots, \hat{R}_m, W)$$

$$L_k^* = L(\hat{R}_1, \dots, \hat{R}_m, W)$$

$$(R=1 \sim m)$$

である。

この場合， $aVC_1, \sigma_{\pi\pi}$  等の金融構造は，一定とみなしている。

## 6. 結 語

本論文では，企業の収支バランス式である貯蓄・投資差額＝金融資産純増という関係式を，事前の予算制約式とみなした場合の最適条件を明らかにした。続いて，企業を，実物部門と金融部門に分け，それぞれの部門の最適条件を求め，その条件は企業全体の最適条件と一致しない可能性があることを指摘した。しかし，この場合でも，企業にこれらの部門の上位機関として管理部門が存在し，その管理部門が，シャドー・プライスを利用して，部門間の資源の配分を行なっているものとみなすならば，個別部門の最適化と，企業全体の最適化とが達成出来ることも明らかとなった。そのため，従来の企業の分析で行なわれている，実物部門中心の最適条件の導出や，金融部門だけの最適条件の導出も，管理部門による調整を暗黙的に仮定しているものとみなすならば意味があることになる。

また，最近，新SNAで代表されるように，データ面での整備が進んできており，企業の実物面と金融面の整合性が保たれるようなデータが作られるようになった。そのため，今後は，これらのデータに基づいて，企業の金融面も考慮に入れた計量経済モデルが作成されることになろう。その

「企業の実物部門と金融部門の同時最適化」

場合、モデルの定式化にあたっては、企業の理論に基づく必要がある。そこで、企業の実物面と金融面を同時に分析するための理論の発展が重要となるであろう。

注 1) 金融市場の不確実性については、ポートフォリオ選択理論として理論化が進められている。また、金融市場の全体的機能については、金融市場の一般均衡分析が行なわれている。

企業の投資と資金調達については、投資決定理論がある。また、モジリアーニ、ミラー理論に代表される、企業金融理論も発展している。以上のことについては、柴川〔16〕を参照。

2) 企業の金融面も考慮した計量経済モデルとして、ヘンダーショット〔3〕、齋藤・他〔14〕、等がある。

また、金融市場の一般均衡分析の中で、経済主体として企業を取り上げている。そこで、金融市場の一般均衡分析の理論については、トービン〔6〕を、実証については、ブレイナード、トービン〔1〕を参照のこと。

3) 日本では、昭和53年8月から、新しい国民経済計算体系（新SNA）が、公表されるようになった。この新SNAでは、国民所得勘定、産業連関表、マネー・フロー表、国民貸借対照表、国際収支表の5つの表が、体系的に整合性を保つように構成されている。

この内、マネー・フロー表では、資金循環分析を行なうことが可能になっている。すなわち、①貯蓄・投資差額と資金過不足の分析、②金融政策の効果の分析、③金融取引の分析、④金融構造の予側への利用、⑤資金循環モデルの計測等の分析を行なうことができる。

新SNAについては、文献〔7〕、〔8〕を参照せよ。

4) 図1は、文献〔8〕に基づいている。

なお、新SNAでは、金融資産の分類が、比較的詳細に行なわれている。そのため、計量経済モデルを構築する場合不便なため、統合化を行

なうことが必要となる。ここで、統合化の例を示しておく。

1. 現金通貨
  2. 預貯金（普通預金金利）
  3. 日銀貸出（公定歩合）
  4. 短期金融（コールレート）
  5. 長期金融（公社債応募者利回り）
  6. 市中貸出（全国銀行貸出約定平均金利）
  7. 国債（長期国債発行利子）
  8. その他
- 5) 資本価値を、実物面で評価する場合と、金融面で評価する場合とは、結果的には一致する。すなわち、資本の実物価値と株式価値とは等しくなるのである。

トービン〔6〕においては、この関係を利用して、実物面と金融面のリンクが行なわれている。

- 6) ケインズモデルにおける、事後的な貯蓄＝投資と、事前的な貯蓄＝投資の区別と類似している。しかし、貯蓄・投資の問題は、市場全体としての問題であるのに対し、ここでの貯蓄投資差額＝金融資産純増というのは、個別経済主体の問題である。また、ケインズモデルでは、貯蓄・投資が一致しない場合には、在庫投資によって調整が行なわれることになっているが、ここでは、金融資産で調整が行なわれることになっている。

- 7) ある金融資産の価格を  $P_m$  とすると、価格変動が発生すると  $\frac{\Delta P_m}{P_m}$  の資本利得・損失が生じる。そのため、この金融資産の名目収益率を  $r_m$  とすると、実質収益率  $R_m$  は

$$R_m = r_m + \frac{\Delta P_m}{P_m}$$

となる。

この考え方については、トービン〔6〕を参照せよ。

「企業の実物部門と金融部門の同時最適化」

- 8) この同時最適化モデルは、静学モデルとして定式化している。そのため、投資や金融資産・負債の増分というフローについては、簡単化されている。例えば、投資の調整費用の存在や、資金借入れの限度額、等の問題については、考えないことになる。

なお、企業の実物面と金融面を同時に扱った動学モデルとしては、若林〔18〕がある。しかし、若林においては、本論文とは目的が異なっているため、収支バランス式の意味については、ほとんど触れられていない。

- 9) 分権的管理を簡単に説明すると、次のようになる。

企業が、3つの変数  $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$  を操作して、目的関数  $f_1(\mathbf{x}) + f_2(\mathbf{y}) + f_3(\mathbf{z})$  を最大化するものとする。ただし、 $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$  では、一定の制約条件に従うものとする。このとき、モデルを定式化すると

$$\begin{array}{ll}\text{Max} & f_1(\mathbf{x}) + f_2(\mathbf{y}) + f_3(\mathbf{z}) \\ \text{S.t} & \end{array}$$

$$g_{11}(\mathbf{x}) + g_{12}(\mathbf{y}) + g_{13}(\mathbf{z}) \geq 0$$

$$g_{21}(\mathbf{x}) + g_{22}(\mathbf{y}) + g_{23}(\mathbf{z}) \geq 0$$

$$\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}, \geq 0$$

という形になるものとする。

このとき、第1部門の決定者は、

$$\begin{aligned} \phi \equiv & f_1(\mathbf{x}) + f_2(\mathbf{y}) + f_3(\mathbf{z}) + \lambda_1 \{g_{11}(\mathbf{x}) + g_{12}(\mathbf{y}) + g_{13}(\mathbf{z})\} \\ & + \lambda_2 \{g_{21}(\mathbf{x}) + g_{22}(\mathbf{y}) + g_{23}(\mathbf{z})\} \end{aligned}$$

という全体の方程式の中で、 $\mathbf{x}$  についてのみ最大化すればよいのである。すなわち、

$$f_1(\mathbf{x}) + \lambda_1 g_{11}(\mathbf{x}) + \lambda_2 g_{21}(\mathbf{x})$$

を最大にする  $\mathbf{x}$  を求めればよいのである。このとき、他部門の変数  $\mathbf{y}, \mathbf{z}$  は、全然入らないのである。同様にして、第2部門は、 $\mathbf{y}$  について、第3部門は、 $\mathbf{z}$  について最大化するのである。

このように、変数をいくつかの単独加算的グループに分割できる時、分権的管理を行なうことが可能となる。

分権的管理の数理的な解釈としては、線形計画問題において、係数が block triangular になっているとき、そのブロックをまとめて一部門とし、問題を小規模なものに変形することと同じである。いわゆる、分解原理という考え方である。

この分権的管理の考え方に基づいて、企業をいくつかの部門に分解した場合、各部門間の資源の最適配分を行なうためのシグナルが必要となる。市場における交換の場合には、市場価格が、シグナルとなるが、企業内の交換の場合には、市場価格を利用することが出来ない。そこで、企業内の取引では、シャドー・プライスが、シグナルとしての役割を果たすことになる。このシャドー・プライスというのは、各部門に対して制約条件として与えられた資源を、限界的に変化させたときに発生する限界的な価値である。このシャドー・プライスを利用すれば、企業は、部門分割を行なったとしても、各部門の最適化だけでなく、企業全体の最適化も達成できることになる。なお、最近、企業の内部機構についての分析が進められており、「内部組織の経済学」という分野が確立しつつある。

分権的管理については、クープマンズ〔4〕、古瀬〔11〕を参照のこと。

10) このモデルのラグランジュ方程式は

$$\begin{aligned} L = & Rr(y_1, \dots, y_n) - Cr(y_1, \dots, y_n) + R_m(W_1, \dots, W_n) \\ & - C_m(W_1, \dots, W_n) + \lambda \{ Rr(y_1, \dots, y_n) - Cr(y_1, \dots, y_n) \\ & - \sum W_j + \sum \bar{W}_j^{-1} \} \end{aligned}$$

である。

このラグランジュ方程式に基づいて、最適条件を求めるが、ただ一つ注意しなければいけないことは、

「企業の実物部門と金融部門の同時最適化」

$$\lambda = -1$$

となった場合である。このとき、実物部門の最適条件が成り立つ保証はない。逆をいうと、実物部門の最適条件が成り立つかぎり、 $\lambda$ は  $-1$ にならないのである。

- 11) 実物部門の分権的管理として、予算額を外生的に与え、その予算額を実現するような生産の組み合わせを決定されるのであるが、この方式を弱めることも可能である。すなわち、実物部門に対し、最低必要な利潤額を予算として与え、この予算額を超える利潤を実現することが可能であれば、そのような生産方法も認めるという方式である。これは、公企業論等で行なわれている制約条件付きの利潤最大化問題と同一である。

これをモデルとして定式化すると

$$\text{Max } \pi_r = R_r(y_1, \dots, y_n) - C_r(y_1, \dots, y_n)$$

S. t

$$R_r(y_1, \dots, y_n) - C_r(y_1, \dots, y_n) \geq \pi^*$$

ここで、 $\pi^*$  は、最低必要利潤である。

このモデルの必要条件は、

$$\frac{\partial R_r}{\partial y_i} = \frac{\partial C_r}{\partial y_i}$$

$$R_r(y_1, \dots, y_n) - C_r(y_1, \dots, y_n) > \pi^*, \quad \lambda = 0$$

または、 $R_r(y_1, \dots, y_n) - C_r(y_1, \dots, y_n) = \pi^*, \quad \lambda > 0$  となる。

- 12) 金融部門の分権的管理についても、実物部門と同様に、制約条件を緩めることが可能である。すなわち、金融部門は、与えられた予算額の範囲内であれば、かならずしも全額利用する必要はないのである。これを、モデルとして定式化すると

$$\text{Max } \pi_m = R_m(W_1, \dots, W_m) - C_m(W_1, \dots, W_m)$$

S. t

$$\sum W_j \leq \sum \bar{W}_j^{-1} + \bar{S}I$$

このモデルの最適化の必要条件を求めると

$$\frac{\partial R_m}{\partial W_j} - \frac{\partial C_m}{\partial W_j} = \lambda$$

$$\sum W_j < \sum \bar{W}_j^{-1} + \bar{S}_I, \quad \lambda = 0$$

または,  $\sum W_j = \sum \bar{W}_j^{-1} + \bar{S}_I, \quad \lambda > 0$  となる。

- 13) ここで行なった「期待効用理論」に基づく定式化は、ヘンダーショットの定式化を参考にした。ヘンダーショット [3] の p 343 ~ p 352 参照

- 14) 実証分析を行なう場合、ある資産  $k$  と資産  $k'$  の共分散は

$$\sigma_{kk'} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (R_k^t - \bar{R}_k)(R_{k'}^t - \bar{R}_{k'})$$

として求められる。

ここで,  $R_k^t, R_{k'}^t$  は、各資産の  $t$  期の収益率であり,  $\bar{R}_k, \bar{R}_{k'}$  は、各資産の 1 期から  $T$  期までの収益率の平均である。すなわち

$$\bar{R}_k = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_k^t$$

である。

## 参考文献

- 1 Brainard, W.C. and Tobin, J.,  
“Pitfalls in Financial Model Building”  
A.E.R. May. 1968 年
- 2 Donald, A.H. and Derek, J.M.  
Industrial Economics; Theory and Evidence  
Oxford University Press. 1979

- 3 Hendershott, P.H.  
Understanding Capital Markets. Volume I : A Flow-of-Funds  
Financial Model.  
Lexington Books. 1977
- 4 Koopmans, T.C. (ed.)  
Activity Analysis of Production and Allocation.  
J. Wiley and Sons, Inc., 1951
- 5 Modigliani, F. and Miller, M.H.,  
“The Cost of Capital, Corporation Finance, and The Theory of In-  
vestment”  
A.E.R. June. 1958
- 6 Tobin, J.,  
“A General Equilibrium Approach to Monetary Theory”  
Journal of Money, Credit, and Banking.  
February 1969
- 7 経済企画庁経済研究所・国民所得部  
『新国民経済計算の見方・使い方』  
大蔵省印刷局 昭 53 年
- 8 経済企画庁国民所得部  
『新 SNA 入門——経済を測る新しい物さし』  
東洋経済新報社 昭和 54 年
- 9 経済審議会計量委員会  
『経済計画のための多部門計量モデル——計量委員会第 5 次報告』  
大蔵省印刷局 1977 年
- 10 経済審議会計量委員会  
『新経済社会 7 カ年計画のための多部門計量モデル——計量委員会第  
6 次報告』

大蔵省印刷局 1980 年

- 11 古瀬大六

『分権的管理の基礎理論』

日本経営出版社 昭和 44 年

- 12 小宮隆太郎, 岩田規久男

『企業金融の理論』

日本経済新聞社 昭和 48 年

- 13 齋藤光雄

『一般均衡と価格』

創文社 1973 年

- 14 齋藤光雄・大鹿隆・穴井二三徳

『産業構造と資金循環』

経済企画庁経済研究所 1978 年

- 15 柴川林也

『投資決定論』

同文館 昭和 44 年

- 16 柴川林也

『新版 投資決定論』

同文館 昭和 54 年

- 17 辻村江太郎・黒田昌裕

『日本経済の一般均衡分析』

筑摩書房 昭和 48 年

- 18 若林信夫

『企業成長の動学分析』

商学討究 第 23 巻第 3 号 昭和 47 年