公共財需要と新しい消費者理論

藤　岡　明　房

1．はじめに

本論文は，「公共財の需要関数の導出」という公共財に関する最近の主要テーマを「新しい消費者理論」の方法に基づいて分析していくことを目的とするものである。

公共財の需要関数の導出については，従来は補償需要関数の手法が適用されてきた。しかし，新しい消費者理論の方法に基づく場合にはこの補償需要関数が導出出来るのかどうかはかならずしも自明ではない。そこで，新しい消費者理論の方法に基づいた場合の私的財の補償需要関数を導出してみる。次に，私的財の場合と同様の方法によって公共財の場合の補償需要関数を導出してみる。これらによって，新しい消費者理論の方法に基づいても公共財の補償需要関数が導出できることが示されることになる。そして，このことによって，公共財の分析方法が拡張されることが明らかとなる。

(注) 本研究は，筆者が「総合研究開発機構」(NIRA) のプロジェクト (「公共投資推進戦略に関する調査研究」) に参加したときの研究を発展させたものである。そのため，プロジェクトの関係者に対し，謝意を表するしだいである。しかし，本研究はプロジェクトとは別個のものであることをことわっておく。

2．新しい消費者需要理論

ここで取り上げる「新しい消費者需要理論」というのは，K．ランカスターが提唱した方法である。(注1) この新しい消費者需要理論では，財(goods) それ自体と，財が生み出す特性 (characteristics) とを区別し，消費者は，財を中間生産物として購入し，特性を最終生産物として消費するものと考えるのである。(注2)

そこで，新しい消費者需要理論の行動仮説を設定していくことにする。

消費者の効用は，特性空間上で定義される。すなわち，消費者の効用関数は，

$$U=U(y_1, y_2, \cdots, y_m) \tag{1}$$

と定義する。

ただし，U：効用水準，U(・)：効用関数，y_i $(i=1\sim m)$：特性y_iの値，である。

消費者が，第j財を1単位消費したとき，第i特性は a_{ij} だけ得られるものとする。すると，第i特性の値は，第1財から第n財までの財によって生み出される各第i特性の値の合計である。すなわち，

$$y_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot x_j \tag{2}$$

$(i=1\sim m, j=1\sim n)$

となる。

ここで，a_{ij}：第j財1単位による第i特性の値，x_j：第j財の購入量，

である。

また，消費者の所得額mは，与えられているものとする。財の価格 P_j $(j=1\sim n)$ が与えられているものとすると，消費者の予算制約式は

$$m \geqq \sum_{j=1}^{n} P_j \cdot x_j \tag{3}$$

となる。

財空間と特性空間とを関係づける(2)式の a_{ij} のマトリックスを消費技術マトリックスAと呼ぶことにする。このマトリックスAの構造については，3つの場合に分けることができる。

(1). 特性の数が，財の数と等しい場合。

(2). 特性の数が，財の数より少ない場合。

(3). 特性の数が，財の数より多い場合。

本論文では，特性空間上で分析を行なっていくので，財空間上で議論した方が効率的な(3)の場合については，分析を行なわないことにする。(注3)

所得と財価格が与えられると，(2)式を利用して，特性空間上に最大限達成可能な特性の組み合わせである「特性フロンティア」が得られる。(注4)

3．消費者の効用最大化

消費者は，所得制約式（(3)式）と，財空間から特性空間への変換式（(2)式）の条件の下で，効用を最大化するように行動するものと仮定する。

〔モデル1―効用最大化モデル〕

$$\text{Max} \quad U = U(y_1, y_2, \cdots, y_m) \tag{1}$$

$$\text{s.t} \quad y_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot x_j \tag{2}$$

$$m \geqq \sum_{j=1}^{n} P_j \cdot x_j \tag{3}$$

$$y_i \geqq 0,\ x_j \geqq 0 \tag{4}$$

$$(i=1 \sim m,\ j=1 \sim n)$$

（解）

このモデルを解くために，次のラグランジェ方程式を設定する。

$$\begin{aligned} L(y_i, x_j, \lambda_k) = {} & U(y_1, \cdots, y_m) \\ & + \lambda_1 \cdot \left(y_1 - \sum_{j=1}^{n} a_{1j} \cdot x_j\right) \\ & + \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ & + \lambda_m \cdot \left(y_m - \sum_{j=1}^{n} a_{mj} \cdot x_j\right) \\ & + \lambda_{m+1} \cdot \left(m - \sum_{j=1}^{n} P_j \cdot x_j\right) \end{aligned} \tag{5}$$

ここで，　λ_k $(k=1 \sim m+1)$ は，ラグランジェの未定乗数である。
このモデルの必要・十分条件は，次のようになる。(注５)

1)　$$\frac{\partial L}{\partial x_j} = -(\lambda_1 \cdot a_{1j} + \cdots + \lambda_m \cdot a_{mj} + \lambda_{m+1} \cdot P_j) \leqq 0 \tag{6}$$

$$\frac{\partial L}{\partial y_i} = U_i + \lambda_i \leqq 0 \tag{7}$$

2) $$\frac{\partial L}{\partial x_j} \cdot x_j = (-)(\lambda_1 \cdot a_{1j} + \cdots + \lambda_m \cdot a_{mj} + \lambda_{m+1} \cdot P_j) \cdot x_j = 0 \tag{8}$$

$$\frac{\partial L}{\partial y_i} \cdot y_i = (U_i + \lambda_i) \cdot y_i = 0 \tag{9}$$

3) $y_i \geqq 0, x_i \geqq 0$

4) $$\frac{\partial L}{\partial \lambda_k} = y_k - \sum_{j=1}^{m} a_{kj} \cdot x_j = 0 \ (k = 1 \sim m) \tag{10}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_k} = m - \sum_{j=1}^{m} P_j \cdot x_j \geqq 0 \ (k = m+1) \tag{11}$$

5) $$\frac{\partial L}{\partial \lambda_k} \cdot \lambda_k = (m - \sum_{j=1}^{m} P_j \cdot x_j) \lambda_k = 0 \ (k = m+1) \tag{12}$$

6) λ_k $(k=1 \sim m)$ は，任意

λ_k $(k=m+1)$ は，$\lambda_k > 0$ (13)

これらの条件を満たすとき，最適解となる。最適解の組み合わせを，

$(y_i^*, x_j^*, \lambda_k^*)$

$(i=1 \sim m, j=1 \sim n, k=1 \sim m+1)$

と表わすことにする。

この最適解が具体的にどのような値になるかは，効用関数の形や消費技術マトリックスAの形がどうなっているかに依存して決定される。(注6)

本論文では，最適解が次のような性質をもっているときについて分析していくことにする。すなわち，最適解が，

$$y_i^* > 0 \quad (i=1 \sim m) \tag{14}$$

$$x_r^* > 0 \quad (r=1 \sim m) \tag{15}$$

$$x_s^* = 0 \quad (s=m+1 \sim n) \tag{16}$$

である。

ここで，x_j^*の内，1〜m番目までがx_r^*, $m+1$番目からn番目までがx_s^*となるものとする。（注7），（注8）

最適解が，(14)〜(16)の性質をもつとき，1）．より，

$$U_1^* \cdot a_{1r} + \cdots + U_m^* \cdot a_{mr} = \lambda_{m+1} \cdot P_r \tag{17}$$

$$U_1^* \cdot a_{1s} + \cdots + U_m^* \cdot a_{ms} < \lambda_{m+1} \cdot P_s \tag{18}$$

となる。

また，4）．より，

$$y_k^* = \sum_{j=1}^{n} a_{kj} \cdot x_j^* = \sum_{r=1}^{m} a_{kr} \cdot x_r^* \tag{19}$$

$$m = \sum_{j=1}^{n} P_j \cdot x_j^* = \sum_{r=1}^{m} P_r \cdot x_r^* \tag{20}$$

となる。

また，6）．より，

$$\lambda_k^* > 0 \ (k = m+1) \tag{21}$$

となる。

4．間接効用関数

一般に，所得と財価格が所与のとき，達成可能な最大の効用水準を与え

る関数を,「間接効用関数」(indirect utility function) と定義している。

ここでは,新しい消費者需要理論における間接効用関数の性質を分析していくことにする。

まず,間接効用関数は,前節の結果を利用すると,次のように定義できる。

$$V = V(P_1, \cdots, P_n, m)$$

$$V \equiv U(y_1^*(x_1^*(P_1, \cdots, P_n, m), \cdots, x_n^*(P_1, \cdots, P_n, m)), \tag{22}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$y_m^*(x_1^*(P_1, \cdots, P_n, m), \cdots, x_n^*(P_1, \cdots, P_n, m))) \tag{23}$$

この間接効用関数に基づいて,所得およびある財の価格が変化したときの効用水準の変化について調べてみる。

はじめに,前節の均衡条件より,

$$\partial y_i^* / \partial x_j^* = a_{ij} \tag{24}$$

$$\sum_{j=1}^{n} P_j \cdot \frac{dx_j}{dP_j} = -x_j^* \tag{25}$$

$$\sum_{j=1}^{n} P_j \cdot dx_i^* / dm = 1 \tag{26}$$

という条件を求めておく。

ここで,所得の変化に基づく効用水準の変化について調べてみる。

$$\frac{\partial V}{\partial m}=U_1\cdot\left(\frac{\partial y_1}{\partial x_1}\cdot\frac{dx_1}{dm}+\cdots+\frac{\partial y_1}{\partial x_n}\cdot\frac{dx_n}{dm}\right)$$

$$+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$+U_m\cdot\left(\frac{\partial y_m}{\partial x_1}\cdot\frac{dx_1}{dm}+\cdots+\frac{\partial y_m}{\partial x_n}\cdot\frac{dx_n}{dm}\right)$$

$$=\left(U_1\frac{\partial y_1}{\partial x_1}+\cdots+U_m\frac{\partial y_m}{\partial x_1}\right)\cdot\frac{dx_1}{dm}$$

$$+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$+\left(U_1\frac{\partial y_1}{\partial x_n}+\cdots+U_m\frac{\partial y_m}{\partial x_n}\right)\cdot\frac{dx_n}{dm}$$

この式に，前節の均衡条件や(24)式を代入すると，

$$\frac{\partial V}{\partial m}=\lambda_{m+1}{}^*\cdot\left(P_1\frac{dx_1}{dm}+\cdots+P_n\frac{dx_n}{dm}\right)=\lambda_{m+1}{}^*\quad(\because (26)\text{ 式から})\qquad(27)$$

となる。

次に，ある財 j の価格 P_j の変化に基づく効用水準の変化について調べてみる。

$$\frac{\partial V}{\partial P_j}=U_1\cdot\left(\frac{\partial y_1}{\partial x_1}\cdot\frac{dx_1}{dP_j}+\cdots+\frac{\partial y_1}{\partial x_n}\cdot\frac{dx_n}{dP_j}\right)$$

$$+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$+U_m\cdot\left(\frac{\partial y_m}{\partial x_1}\cdot\frac{dx_1}{dP_j}+\cdots+\frac{\partial y_m}{\partial x_n}\cdot\frac{dx_n}{dP_j}\right)$$

$$=\lambda_{m+1}{}^*\cdot\left(P_1\frac{dx_1}{dP_j}+\cdots+P_m\frac{dx_n}{dP_j}\right)$$

$$=-\lambda_{m+1}{}^*\cdot x_j{}^*\qquad(28)$$

となる。

ここで，$\frac{\partial V}{\partial m}$と$\frac{\partial V}{\partial P_j}$の符号条件を調べてみると，

$$\frac{\partial V}{\partial m}=\lambda_{m+1}{}^*>0 \qquad (\because \quad (21)\text{式から}) \tag{29}$$

$$\frac{\partial V}{\partial P_j}=-\lambda_{m+1}{}^*\cdot x_j{}^*<0 \ (j=1\sim m) \tag{30}$$

$$〃 \qquad =0 \ (j=m+1\sim n) \tag{31}$$

となる。

これらの結論は，いわゆる Roy の定理の結論に対応している。

5．支出関数

一般に，財の価格が与えられたとき，ある効用水準を達成するために必要な最小限の支出額を与える関数を「支出関数」（expenditure function）と定義する。この支出関数は，所得制約下における効用水準最大化問題の双対（dual）である。

ここでは，新しい消費者理論における支出関数の性質を分析していくことにする。（注９）

〔モデル２―支出関数〕

$$\text{Min} \quad m=\sum_{j=1}^{n}P_j\cdot x_j \tag{32}$$

$$\text{s.t} \quad \overline{U}\leqq U(y_1,\cdots,y_m) \tag{33}$$

$$y_i=\sum_{j=1}^{n}a_{ij}\cdot x_j \tag{34}$$

$$y_i\geqq 0,\ x_j\geqq 0 \tag{35}$$

$(i=1\sim m, j=1\sim n)$

（解）

このモデルを解くために，ラグランジェ方程式を設定する。

$$
\begin{aligned}
L(x_j, y_i, \lambda_k) = & \sum_{j=1}^{n} P_j \cdot x_j \\
& +\lambda_1 \cdot (y_1 - \sum_{j=1}^{n} a_{1j} \cdot x_j) \\
& + \cdots\cdots\cdots\cdots \\
& +\lambda_m \cdot (y_m - \sum_{j=1}^{n} a_{mj} \cdot x_j) \\
& +\lambda_{m+1} \cdot \{\overline{U} - U(y_1, \cdots, y_m)\}
\end{aligned}
\tag{36}
$$

ここで，$\lambda_k\,(k=1\sim m+1)$ は，ラグランジェの未定乗数である。

このモデルは，Kuhn-Tucker の定理を利用すると，必要・十分条件は次のようになる。

1) $$\frac{\partial L}{\partial x_j} = P_j - (\lambda_1 \cdot a_{1j} + \cdots + \lambda_m \cdot a_{mj}) \geqq 0 \tag{37}$$

$$\frac{\partial L}{\partial y_i} = \lambda_i - \lambda_{m+1} \cdot \frac{\partial U}{\partial y_i} \geqq 0 \tag{38}$$

2) $$\frac{\partial L}{\partial x_j} \cdot x_j = \{P_j - (\lambda_1 \cdot a_{1j} + \cdots + \lambda_m \cdot a_{mj})\} \cdot x_j = 0 \tag{39}$$

$$\frac{\partial L}{\partial y_i} \cdot y_i = \left(\lambda_i - \lambda_{m+1} \cdot \frac{\partial U}{\partial y_i}\right) \cdot y_i = 0 \tag{40}$$

3) $$y_i \geqq 0, x_i \leqq 0 \tag{41}$$

4) $$\frac{\partial L}{\partial \lambda_k}=y_k-\sum_{j=1}^{n}a_{kj}\cdot x_j=0 \quad (k=1\sim m) \tag{42}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_k}=U-U(y_1,\cdots,y_m)\leqq 0\ (k=m+1) \tag{43}$$

5) $$\frac{\partial L}{\partial \lambda_k}\cdot\lambda_k=\{U-U(y_1,\cdots,y_m)\}\cdot\lambda_k=0 \tag{44}$$

6) $\lambda_k\ (k=1\sim m)$ は，任意

$$\lambda_k\ (k=1+m) \text{ は } \lambda_k\geqq 0 \tag{45}$$

これらの条件を満たすとき最適解となる。最適解の集合を，

$(x_j^*, y_i^*, \lambda_k^*)$

$(i=1\sim m, j=1\sim n, k=1\sim m+1)$

と表わすことにする。

ここで，前の3節と同様に，最適解が次のような性質をもっている場合について分析していくことにする。

$y_i^*>0 \quad (i=1\sim m)$

$x_r^*>0 \quad (r=1\sim m)$

$x_s^*=0 \quad (S=m+1\sim n)$

最適解が，このような性質をもっている場合，最適解の必要・十分条件は，次のようにおき換えられる。

まず，1）．より，

$$P_r-(\lambda_1^*\cdot a_{1r}+\cdots+\lambda_m^*\cdot a_{mr})=0 \tag{46}$$

$$P_s-(\lambda_1{}^*\cdot a_{1s}+\cdots+\lambda_m{}^*\cdot a_{ms})>0 \tag{47}$$

$$\lambda_i{}^*-\lambda_{m+1}{}^*\cdot\frac{\partial U}{\partial y_i{}^*}=0 \tag{48}$$

となる。

また，4）．より，

$$y_k{}^*=\sum_{j=1}^{n}a_{kj}\cdot x_j{}^*=\sum_{r=1}^{n}a_{kr}\cdot x_r{}^* \tag{49}$$

$$\overline{U}=U(y_1{}^*,\cdots,y_m{}^*) \tag{50}$$

となる。

さらに，6）．から，

$$\lambda_k>0 \quad (k=m+1) \tag{51}$$

となる。

以上のような，最適解の条件を利用して，支出関数を求めていくことにする。

ここで支出関数を，次のように定式化する。

$$m=\omega(P)=\sum_{j=1}^{n}P_j\cdot x_j{}^*(P_1,\cdots,P_n,m) \tag{52}$$

この支出関数の性質を調べるために，最適解の条件を利用する。

(46)，(48)式から，

$$P_r = \lambda_{m+1}{}^* \cdot \sum_{j=1}^{n} a_{ir} \cdot U_i{}^* \tag{53}$$

となる。

(50)式を全微分し，(53)式を代入すると，

$$0 = \sum_{r=1}^{m} P_r \cdot dx_r{}^* \tag{54}$$

となる。

また，

$$m = \sum_{j=1}^{n} P_j \cdot x_j{}^*$$

を全微分すると，

$$\begin{aligned} dm = & \sum_{r=1}^{m} P_r \cdot dx_r{}^* + \sum_{r=1}^{m} x_r{}^* \cdot dP_r \\ & + \sum_{s=m+1}^{n} P_s \cdot dx_s{}^* + \sum_{s=m+1}^{n} x_s{}^* \cdot dP_s \end{aligned} \tag{55}$$

となる。

ここで，支出関数(52)式を全微分すると，

$$\begin{aligned} dm = & \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial \omega}{\partial P_j} \cdot dP_j \\ = & \sum_{r=1}^{m} \frac{\partial \omega}{\partial P_r} \cdot dP_r + \sum_{s=m+1}^{n} \frac{\partial \omega}{\partial P_s} \cdot dP_s \end{aligned} \tag{56}$$

となる。

この(56)式から，(55)式を引いて整理すると，

$$dm-dm=0=\sum_{r=1}^{m}\left(\frac{\partial\omega}{\partial P_r}-x_r{}^*\right)\cdot dP_r$$

$$+\sum_{s=1}^{n}\left(\frac{\partial\omega}{\partial P_s}-x_s{}^*\right)\cdot dP_s$$

となる。

そのため，ある財の価格P_jのみが変化したとき，支出関数は，

$$\frac{\partial\omega}{\partial P_j}=x_j{}^* \tag{57}$$

となる。

この支出関数の符号条件は，

$$\frac{\partial\omega}{\partial P_r}=x_r{}^*>0 \tag{58}$$

$$\frac{\partial\omega}{\partial P_s}=x_s{}^*=0 \tag{59}$$

となる。

この支出関数を，最適条件の(49)式に代入すると，

$$y_k{}^*=\sum_{j=1}^{n}a_{kj}\cdot\frac{\partial\omega}{\partial P_j}=\sum_{r=1}^{m}a_{kr}\cdot\frac{\partial\omega}{\partial P_r} \tag{60}$$

となる。

次の，支出関数 $\omega(P)$ の二階の符号条件について調べてみる。

〔命題〕

支出関数 $\omega(P)$ の二階の符号条件は，一階の条件が正のときには，非負となる。

（証明）

この命題は，支出関数 $\omega(P)$ が凹関数であることが示されれば，容易に成り立つ。そこで， $\omega(P)$ が凹関数であることを示す。

まず，次のように定義する。

$$P \equiv tP'' + (1-t)P',$$
$$0 \leqq t \leqq 1$$

ただし， P, P′, P″ は，それぞれ財の価格ベクトルである。

支出関数 $\omega(P)$ の定義から

$$\omega(P) \leqq P \cdot \tilde{x}$$

となる。ここで， $\tilde{x}$ は，最適解の y^*（y_i^* のベクトル）よりも好まれる y の集合 $\tilde{Y}$ の要素を $\tilde{y}$ とするとき，この $\tilde{y}$ に対応して決定される x を表わすものとする。$(\tilde{x} = A^{-1}.\tilde{y})$

このとき，全ての $\varepsilon > 0$ に対して，

$$\omega(P) \geqq P \cdot \bar{x} - \varepsilon$$

となるような $\bar{x}$ に対応する $\bar{y}$ が， $\tilde{Y}$ の一つの要素として存在する。

そこで，全ての $\varepsilon > 0$ と $0 \leqq t \leqq 1$ に対して，

$$\omega(P) \geqq tP''\cdot\overline{x} + (1-t)P'\cdot\overline{x} - \varepsilon$$

となる。この$\overline{x}$に対応する$\overline{y}$は，

$$\overline{y} = A\cdot\overline{x}$$
$$\overline{y} \in \widetilde{Y}$$

なので

$$P''\cdot\overline{x} \geqq \omega(P'')$$
$$P'\cdot\overline{x} \geqq \omega(P')$$

となる。

そのため，全ての$\varepsilon>0$と$0 \leqq t \leqq 1$に対して，

$$\omega(P) \geqq t\omega(P'') + (1-t)\omega(P') - \varepsilon$$

となる。

それ故

$$\omega(P) \geqq t\omega(P'') + (1-t)\omega(P')$$
$$0 \leqq t \leqq 1$$

となる。

このために，$\omega(P)$は凹関数であることが明らかである。凹関数のヘッシャン・マトリックス（Hessian matrix）は，ネガティブ・セミデフィ

ニット（negative semidefinite）となるので，

$$\frac{\partial^2 \omega(P)}{\partial P_r \cdot \partial P_i} \leqq 0 \quad (i, r=1 \sim m) \tag{61}$$

となる。

6．消費者余剰——伝統的理論

消費者余剰とは，価格あるいは消費者が消費する数量が変化したときの，消費者の効用の利得と損失の貨幣的尺度である。消費者余剰の理論は昔から議論されているが，大きく分けて２つの分析方法がある。一つは，部分的均衡分析の方法で分析する立場である。この場合，貨幣所得の限界効用の形で議論される。もう一つは，一般均衡分析の方法で分析する立場である。この場合，調整経路の線積分の形で議論される。

ここでは，一般均衡分析の方法に基づく消費者余剰の理論を，簡単に説明しておく。

まず，消費者は，予算制約の下で効用を最大化するものと仮定する。すると，

$$\text{Max} \quad U=U(x_1, \cdots, x_n) \tag{62}$$

$$\text{s.t} \quad m=\sum_{i=1}^{n} P_i \cdot x_i \tag{63}$$

と定式化できる。これを解くために，次のラグランジェ方程式を設定する。

$$L(x, \lambda) = U(x_1, \cdots, x_n) + \lambda \cdot (m - \sum_{i=1}^{n} P_i \cdot x_i)$$

これを利用して，最適化のための必要条件を求めると，

$$\partial U / \partial x_i = \lambda \cdot P_i \tag{64}$$

$$m = \sum_{i=1}^{n} P_i \cdot x_i \tag{65}$$

これらの条件から，

$$x_i = x_i(P_1, \cdots, P_n, m) \tag{66}$$

$$\lambda = \lambda(P_1, \cdots, P_n, m) \tag{67}$$

となる。

この(66)式は，通常のx_i財の需要関数であり，(67)式は，所得の限界効用である。

次に，価格が所与のとき，効用水準を一定の水準に維持するために必要な支出を最小にするものと仮定する。このとき，消費者の行動は，次のように定式化できる。

$$\text{Min} \quad m = \sum_{i=1}^{n} P_i \cdot x_i$$

$$\text{s.t} \quad \overline{U} = U(x_1, \cdots, x_n)$$

これを解くために，ラグランジェ方程式を設定する。

$$L(x, \lambda) = \sum_{i=1}^{n} P_i \cdot x_i + \mu \cdot \{\overline{U} - U(x_1, \cdots, x_n)\}$$

この式を利用して，最適解の一階の条件を求めると，

$$\partial U/\partial x_i = P_i/\mu \tag{68}$$

$$\overline{U} = U(x_1, \cdots, x_n) \tag{69}$$

となる。

これらの条件から，

$$x_i = x_i(P_1, \cdots, P_n, \overline{U}) \tag{70}$$

$$\mu = \mu(P_1, \cdots, P_n, \overline{U}) \tag{71}$$

を得る。

この内，(70)式は，x_i財に対する補整需要関数である。

(62)式を全微分して，(64)式を代入すると，

$$dU/\lambda = \sum_{i=1}^{n} P_i \cdot dx_i \tag{72}$$

となる。

この(72)式を積分すると，

$$\int_c dU/\lambda = \int_c \sum_{i=1}^{n} P_i \cdot dx_i \tag{73}$$

となる。

ここで，Cは，初期から終期までの価格および所得についての調整経路を表わしている。

この(73)式は，(63)式を全微分した式を利用すると，次のように変形できる。

$$\int_c dU/\lambda = \int_c (dm - \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot dP_i)$$

$$= \int_c dm - \int_c \sum_{j=1}^{n} x_i \cdot dP_i \qquad (74)$$

この(74)式の右辺の第1項は，実際の所得の変化額となる。この値は，積分の経路Cから独立であるため，一意的に決定される。これに対して，第2項は，価格の変化に基づく需要額の変化額となる。この値は，線積分の経路Cがどうなるかに依存して異なってくる。そのため，線積分の経路を指定しないと，効用水準の変化に対応した貨幣的尺度が得られない。

ただし，(70)式が可積分条件

$$\partial x_i/\partial P_j = \partial x_j/\partial P_i$$

を満たしているときには，(74)式の右辺の線積分は，経路Cから独立となる。

ここで，線積分の経路Cを特定の経路に指定し，可積分条件が満たされるように設定する。すなわち，(70)式の補整需要関数に基づく消費者余剰である。このときの消費者余剰は，ヒックスの用語法では，補償的変差(compensating variation）と呼ばれるものである。補償的変差の積分経路は，一定の無差別曲線上を移動する経路である。この補償的変差は，積分経路から独立なので，初期と終期の価格および所得ベクトルが与えられれば，一意的な貨幣的尺度が得られる。

この補償的変差と似た消費者余剰として，等価的変差がある。補償的変

差は，初期の価格ベクトルに基づく効用水準を利用するのに対し，等価的変差は，終期の価格ベクトルに基づく効用水準を利用する。

この補償的変差と等価的変差を，間接効用関数や支出関数を利用して表示してみる。

まず，間接効用関数に基づいて，補償的変差と等価的変差を表示すると，次のようになる。

$$V(P^0, m^0) \equiv V(P^1, m^0 + CV) \tag{75}$$

$$V(P^1, m^0) \equiv V(P^0, m^0 - EV) \tag{76}$$

ただし，

CV　:　補償的変差（compensating variation）

EV　:　等価的変差（equivalent variation）

P^0　:　初期の価格ベクトル

P^1　:　終期の価格ベクトル

$V(\cdot)$:　間接効用関数

m^0　:　初期の所得

である。

また，支出関数に基づいて，補償的変差と等価的変差を表示すると，

$$CV = m\{P^1, V(P^0)\} - m\{P^0, V(P^0)\} \tag{77}$$

$$EV = m\{P^1, V(P^1)\} - m\{P^0, V(P^1)\} \tag{78}$$

となる。

7．新しい消費者需要理論における消費者余剰

前の節で，伝統的理論における消費者余剰の内，補償的変差と等価的変差について，間接効用関数と支出関数に基づく表示を行なった。ここでは，新しい消費者需要理論における消費者余剰について調べてみる。

まず，価格水準の変化に基づく効用水準の変化は，間接効用関数を利用すると，第4節の議論から，次のようになる。

$$V(P^0, m^0) \equiv V(P^1, m^0 + CV) \tag{79}$$

$$V(P^1, m^0) \equiv V(P^0, m^0 - EV) \tag{80}$$

ただし，

P^0, P^1 ： 初期と終期の価格ベクトル

m^0, m^1： 初期と終期の所得

である。

また，同様にして，支出関数を利用すると，第5節の議論から，次のようになる。

$$CV = m\{P^1, V(P^0)\} - m\{P^0, V(P^0)\} \tag{81}$$

$$EV = m\{P^1, V(P^1)\} - m\{P^0, V(P^1)\} \tag{82}$$

これらは，支出関数の性質（57）式を利用すると，次のように，補整需要関数を使いて表示することができる。

$$CV = \int_{P^0}^{P^1} \frac{\partial m\{P, V(P^0)\}}{\partial P} \cdot dP = \int_{P^0}^{P^1} x^*\{P, V(P^0)\} \cdot dP \tag{83}$$

$$EV = \int_{P^0}^{P^1} \frac{\partial m\{P, V(P^1)\}}{\partial P} \cdot dP = \int_{P^0}^{P^1} x^*\{P, V(P^1)\} \cdot dP \tag{84}$$

以上の議論から明らかなように，新しい消費者需要理論の場合において

も，財の価格が変化したときの消費者余剰ＣＶおよびＥＶは，伝統的理論の場合と同様の方法で求めることができる。

そのため，消費者の効用が，特性空間上で定義されている場合でも，財空間上の情報さえ得られれば，価格変化に基づく消費者の効用の変化の貨幣的尺度が得られることになる。

8．公共財の性質

公共財というのは，一般には，(1)．非競合性，(2)．非排除性，(3)．非選択性の内の１つまたはそれ以上の性質をもっている財と定義されている。

公共財は，これらの性質の程度に応じて純粋公共財と準公共財に分けられるが，本論文では純粋公共財について議論していくことにする。さらに公共財が存在する場合，消費者は公共財が生み出すサービス・特性を利用するが，それに対する支払いを行なわないものと仮定する。これは，非排除性の性質によって，公共財の使用に対して適切な費用を負担させることができないからである。（しかし，後に，公共財の価格及び需要関数を導出するように拡張していく。）

公共財を「新しい消費者理論」の考え方に基づいて分類すると，公共財それ自身と公共財が生み出すサービス・特性に分けられる。公共財それ自体が非競合的な場合と非競合的な場合があり，非競合的な場合，その財は「結合供給」(joint supply)されると呼ぶことにする。財が生み出すサービスまたは特性についても，非競合的な場合と競合的な場合があり，非競合的な場合，「共同消費」(joint consumption)されると呼ぶことにする。(注 10)

公共財の性質をこのように定義すると，新しい消費者需要理論の分析手法が，そのまま公共財の分析に適用できることになる。

まず，公共財Z_hが結合供給可能ならば，全ての消費者は，公共財Z_hそれ自体を利用することができる。また，公共財Z_hが共同消費可能ならば，全

ての消費者は，公共財Z_hが生み出す公共サービスまたは特性を消費することができる。もし，公共財の結合供給が可能でない場合には，公共財の一定割合だけを消費者は利用することになる。また，共同消費が可能でない場合には，公共サービスまたは特性の一定割合だけしか消費できないことになる。

このように，公共財Z_hそれ自体と公共財が生み出すサービスまたは特性とについて，それぞれ独立の性質を持っているものと想定することが出来る。

そこで，公共財それ自体に対する需要関数を，新しい消費者需要理論の方法で導出していくことにする。

はじめ，公共財が結合供給されている場合について，個人の行動仮説を設定してみる。

まず，ある公共財Z_hは，単数または複数の特性を生み出している。そこで，公共財Z_h 1単位が生み出す特性 i の値を b_{ih} で表わすと，特性 i は，

$$y_i = \sum_{h=1}^{l} b_{ih} \cdot Z_h \quad (h=1 \sim l)$$

となる。

しかし，特性 i は，かならずしも公共財Z_hからのみ生み出されるのではなく，私的財 x_j によっても生み出される可能性がある。

そこで，特性 i は，一般には，

$$y_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot x_j + \sum_{h=1}^{l} b_{ih} \cdot Z_h \tag{85}$$

と表わされることになる。

$(i=1 \sim m, j=1 \sim n, h=1 \sim l)$

この(85)式の財—特性関係式をマトリックス表示すると，

$$y = A \cdot x + B \cdot Z \tag{86}$$

となる。

ここで，Aは，私的財についての消費技術マトリックスであり，Bは，公共財についての消費技術マトリックスである。

公共財の消費技術マトリックスBの構造は，私的財の消費技術マトリックスAの場合と同様に，特性の数と公共財の数の大小関係が3つに分かれる。しかし，公共財の場合には，マトリックスBの構造は，私的財の場合のマトリックスAの構造ほど重要ではない。なぜなら，消費者は公共財に対して，直接料金を支払わないため，私的財の場合のような特性フロンティアが作成されないからである。もちろん，公共財が存在すると，特性フロンティアの形態が変化する。

例えば，私的財が3つ，公共財が1つ，特性が2つの場合について図示すると，第1図のようになる。(所得は所与)

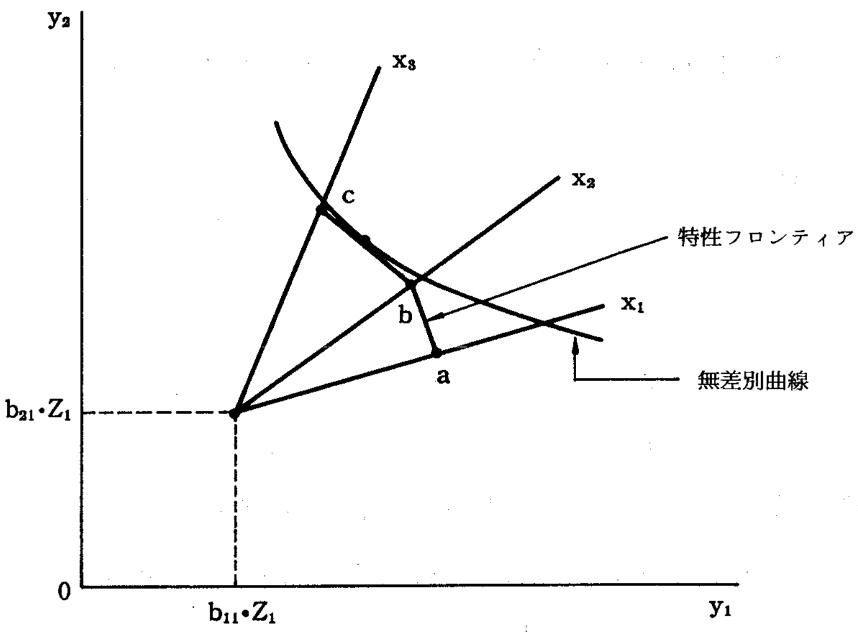
ただし，

$$y_1 = a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + a_{13} \cdot x_3 + b_{11} \cdot Z_1$$

$$y_2 = a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + a_{23} \cdot x_3 + b_{21} \cdot Z_1$$

である。

公共財が存在すると，特性フロンティアは，公共財の特性の値だけ平行移動する。



第１図

9．公共財についての間接効用関数

消費は，私的財と公共財とによって生み出される特性を消費することによって効用を得ていると仮定する。

このとき，消費者の公共財についての間接効用関数を求めることにする。

まず，消費の主体的均衡条件を求めていくことにする。

消費の最適化行動は，次のモデルのように定式化できる。

〔モデル３——公共財〕

$$\text{Max}\quad U=U(y_1, y_2, \cdots, y_m)$$

$$\text{s.t}\quad y_i=\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\cdot x_j+\sum_{k=1}^{l} b_{ij}\cdot Z_h$$

$$m \geqq \sum_{j=1}^{n} P_j\cdot x_j$$

$$y_i \geqq 0,\ x_j \geqq 0$$
$$(i=1\sim m,\ j=1\sim n\ \ k=1\sim l)$$

（解）

このモデルを解くために，ラグランジェの方程式を設定する。

$$\begin{aligned} L(x_j, y_i, \lambda_k) = {} & U(y_1, y_2, \cdots, y_m) \\ & +\lambda_1\left(y_1-\sum_{j=1}^{n} a_{1j}\cdot x_j-\sum_{j=1}^{n} b_{1j}\cdot Z_h\right) \\ & +\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ & +\lambda_m\left(y_m-\sum_{j=1}^{n} a_{mj}\cdot x_j-\sum_{j=1}^{n} b_{mj}\cdot Z_h\right) \\ & +\lambda_{m+1}\left(m-\sum_{j=1}^{n} P_j\cdot x_j\right) \end{aligned} \tag{87}$$

ただし， λ_k $(k=1\sim m+1)$ は，ラグランジェの未定乗数である。

このモデルの解の必要・十分条件は，次のようになる。

1) $$\frac{\partial L}{\partial x_j}=-\{\lambda_1\cdot a_{1j}+\cdots+\lambda_m\cdot a_{mj}+\lambda_{m+1}\cdot P_j)\leqq 0 \tag{88}$$

$$\frac{\partial L}{\partial y_i}=U_i+\lambda_i\leqq 0 \tag{89}$$

2) $$\frac{\partial L}{\partial x_j}\cdot x_j=(-)(\lambda_1\cdot a_{1j}+\cdots+\lambda_m\cdot a_{mj}+\lambda_{m+1}\cdot P_j)x_j=0 \tag{90}$$

$$\frac{\partial L}{\partial y_i}\cdot y_i=(U_i+\lambda_i)y_i=0 \tag{91}$$

3)　$x_j \geqq 0 \quad y_i \geqq 0$ (92)

4)　$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_k} = y_k - \sum_{j=1}^{m} a_{kj} \cdot x_j - \sum_{h=1}^{l} b_{kh} \cdot Z_h = 0 \quad (k=1 \sim m) \tag{93}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_k} = m - \sum_{j=1}^{m} P_j \cdot x_j \geqq 0 \quad (k=m+1) \tag{94}$$

5)　$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_k} \cdot \lambda = \left(m - \sum_{j=1}^{m} P_j \cdot x_j\right) \lambda_k = 0 \quad (k=m+1) \tag{95}$$

6)　λ_k $(k=1 \sim m)$ は任意

λ_k $(k=m+1)$ は $\lambda_k > 0$ (96)

これらの条件を満たすのが，最適解である。最適解の組み合わせを，

$(x_j^*, y_i^*, \lambda_k^*)$

と表わすことにする。

最適解が，次のような性質をもっているときについて分析していくことにする。

$y_i^* > 0 \quad (i=1 \sim m)$ (97)

$x_r^* > 0 \quad (r=1 \sim m)$ (98)

$x_s^* = 0 \quad (s=m+1 \sim n)$ (99)

このとき，最適解の必要・十分条件は，次のようになる。

まず，１）．より，

$$P_r - (\lambda_1^* \cdot a_{1r} + \cdots + \lambda_m^* \cdot a_{mr}) = 0 \tag{100}$$

$$P_s-(\lambda_1{}^*\cdot a_{1s}+\cdots+\lambda_m{}^*\cdot a_{ms})>0 \tag{101}$$

$$\lambda_i{}^*-\lambda_{m+1}{}^*\cdot\frac{\partial U}{\partial y_i{}^*}=0 \tag{102}$$

となる。また，4）．より，

$$y_k{}^*=\sum_{j=1}^{n}a_{kj}\cdot x_j{}^*+\sum_{h=1}^{l}b_{kh}\cdot Z_h \tag{103}$$

$$U=U(y_1{}^*,\cdots,y_m{}^*) \tag{104}$$

となる。また，6）．より

$$\lambda_k>0 \quad (k=m+1) \tag{105}$$

となる。

次に，これらの最適解の条件を利用して，公共財が存在する場合の間接効用関数を求めてみる。

まず，間接効用関数を次のように定義する。

$$V=V(P_1,\cdots,P_n,m,Z_1,\cdots,Z_l) \tag{106}$$

$$\begin{aligned}&\equiv V[y_1{}^*\{x_1{}^*(P_1,\cdots,P_n,m,Z_1,\cdots,Z_l)\cdots\\&\quad x_n{}^*(P_1,\cdots,P_n,m,Z_1\cdots Z_l)\}\cdots\cdots\cdots\cdots\\&\quad y_m{}^*\{x_1{}^*(P_1,\cdots,P_n,m,Z_1\cdots,Z_l)\cdots\\&\quad x_n{}^*(P_1,\cdots,P_n,m,Z_1,\cdots,Z_l)\}]\end{aligned} \tag{107}$$

この間接効用関数に基づいて，公共財Z_hが変化したときの効用水準の変化

を求めてみる。

$$\frac{\partial V}{\partial Z_h}=\frac{\partial U}{\partial y_1{}^*}\cdot\frac{dy_1{}^*}{dZ_h}+\cdots+\frac{\partial U}{\partial y_m{}^*}\cdot\frac{dy_m{}^*}{dZ_h}$$

$$=U_1\cdot b_{1h}+\cdots+U_m\cdot b_{mh}$$

$$=\sum_{j=1}^{m}U_i\cdot b_{ih} \tag{108}$$

なお，所得および価格が変化したときの間接効用関数は，第3節と同じになる。すなわち，所得については，

$$\frac{\partial V}{\partial m}=\lambda_{m+1}{}^*$$

となり，価格については，

$$\frac{\partial V}{\partial P_j}=-\lambda_{m+1}{}^*\cdot x_j{}^*$$

となる。

10．公共財についての支出関数

公共財が存在する場合の支出関数の条件を求める。次に，この条件を利用して，公共財が変化した場合，消費者の効用水準を一定に保つために，支出をどれだけ変化させるのかという問題を調べてみる。

はじめに，公共財が存在する場合の補償需要関数の条件を求めてみる。

〔モデル4——公共財の補償需要関数〕

$$\text{Min} \quad m=\sum_{j=1}^{n} P_j \cdot x_j \tag{109}$$

$$\text{s.t} \quad \overline{U} \leqq U(y_1, \cdots, y_m) \tag{110}$$

$$y_i=\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot x_j+\sum_{h=1}^{l} b_{ih} \cdot Z_h \tag{111}$$

$$x_j = \geqq 0, \ y_i \geqq 0 \tag{112}$$

（解）

このモデルを解くために，ラグランジェ方程式を設定する。

$$\begin{aligned} L(x_j, y_i, \lambda_k) = & \sum_{j=1}^{n} P_j \cdot x_j \\ & +\lambda_1\left(y_1-\sum_{j=1}^{n} a_{1j} \cdot x_j-\sum_{h=1}^{l} b_{1h} \cdot Z_h\right) \\ & + \cdots\cdots \\ & +\lambda_m\left(y_m-\sum_{j=1}^{n} a_{mj} \cdot x_j-\sum_{h=1}^{l} b_{mh} \cdot Z_h\right) \\ & +\lambda_{m+1}\{\overline{U}-U(y_1, \cdots, y_m)\} \end{aligned} \tag{113}$$

ここで，　λ_k $(k=1 \sim m+1)$ は，ラグランジェ未定乗数である。

このモデルの最適解の必要・十分条件は，次のようになる。

1) $$\frac{\partial L}{\partial x_j}=P_j-(\lambda_1 \cdot a_{1j}+\cdots+\lambda_m \cdot a_{mj}) \geqq 0 \tag{114}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_j}=\lambda_i-\lambda_{m+1} \cdot \frac{\partial U}{\partial y_i} \geqq 0 \tag{115}$$

2) $\dfrac{\partial L}{\partial x_j} \cdot x_j = \{P_j - (\lambda_1 \cdot a_{1j} + \cdots + \lambda_m \cdot a_{mj})\} x_j = 0$ (116)

$\dfrac{\partial L}{\partial y_i} \cdot y_i = \left(\lambda_i - \lambda_{m+1} \cdot \dfrac{\partial U}{\partial y_i}\right) y_i = 0$ (117)

3) $y_i \geqq 0,\ x_j \geqq 0$ (118)

4) $\dfrac{\partial L}{\partial \lambda_k} = y_k - \sum_{j=1}^{n} a_{kj} \cdot x_j = 0 \ (k = 1 \sim m)$ (119)

$\dfrac{\partial L}{\partial \lambda_k} = \overline{U} - U\,(y_1, \cdots, y_m) \leqq 0 \ (k = m+1)$ (120)

5) $\dfrac{\partial L}{\partial \lambda_k} \cdot \lambda_k = \{\overline{U} - U\,(y_1, \cdots, y_m\} \lambda_k = 0 \ (k = m+1)$ (121)

6) $\lambda_k (k = 1 \sim m)$ は，任意

$\lambda_k (k = m+1)$ は，$\lambda_k \geqq 0$ (122)

これらの条件を満たすとき最適解となる。最適解の集合を，

$(x_j^*, y_i^*, \lambda_k^*)$ (123)

$(i = 1 \sim m,\ j = 1 \sim n,\ k = 1 \sim m+1)$

と表わすことにする。

ここで，最適解が次の性質をもっているものと仮定する。

$y_i^* > 0 \ (i = 1 \sim m)$ (124)

$x_r^* > 0 \ (r = 1 \sim m)$ (125)

$x_s^* = 0 \ (s = m+1 \sim n)$ (126)

このとき，最適解の条件は，次のようになる。まず，1）．より，

$$P_r-(\lambda_1{}^*\cdot a_{1r}+\cdots+\lambda_m{}^*\cdot a_{mr})=0 \tag{127}$$

$$P_s-(\lambda_1{}^*\cdot a_{1s}+\cdots+\lambda_m{}^*\cdot a_{ms})>0 \tag{128}$$

となる。

また，4）．より

$$y_k{}^*=\sum_{j=1}^{n} a_{kj}\cdot x_j{}^*+\sum_{h=1}^{l} b_{kh}\cdot Z_h \tag{129}$$

$$\overline{U}=U(y_1{}^*,\cdots,y_m{}^*) \tag{130}$$

となる。

また，6）．より，

$$\lambda_k{}^*>0\ (k=m+1) \tag{131}$$

となる。

次に，これらの条件を利用して，公共財に対する支出関数を求めてみる。

(129) 式を (130) 式に代入して，全微分してみる。

$$\begin{aligned} d\overline{U}=0=U_1+\cdots+U_m \\ =U_1\left(\sum_{j=1}^{n} a_{1j}\cdot dx_j+\sum_{h=1}^{l} b_{1h}\cdot dZ_h\right) \\ +\cdots\cdots\cdots\cdots \\ +U_m\left(\sum_{j=1}^{n} a_{mj}\cdot dx_j+\sum_{h=1}^{l} b_{mh}\cdot dZ_h\right) \end{aligned}$$

$$=\left(\sum_{i=1}^{m} U_i \cdot a_{i1}\right)dx_1+\cdots+\left(\sum_{i=1}^{m} U_i \cdot a_{in}\right)dx_n$$

$$+\left(\sum_{i=1}^{m} U_i \cdot b_{i1}\right)dZ_1+\cdots+\left(\sum_{i=1}^{m} U_i \cdot b_{il}\right)dZ_l \tag{132}$$

最適解の条件より，

$$P_r=\lambda_{m+1}{}^* \cdot \sum_{i=1}^{m} a_{ir} \cdot U_i \tag{133}$$

となる。

この (133) 式を (132) 式に代入して整理すること。

$$0=\sum_{r=1}^{m} P_r \cdot dx_r+\lambda_{m+1}{}^* \cdot \sum_{i=1}^{m} U_i \cdot b_{i1} \cdot dZ_1+\cdots+\lambda_{m+1}{}^*$$

$$\cdot \sum_{i=1}^{m} U_i \cdot b_{il} \cdot dZ_l \tag{134}$$

となる。

$$m=\sum_{j=1}^{n} P_j \cdot x_j{}^*$$

この式を全微分し，(134) 式を変形した式を代入すると，

$$dm=-\lambda_{m+1} \cdot \sum_{i=1}^{m} U_i \cdot b_{i1} \cdot dZ_1-\cdots-\lambda_{m+1} \cdot \sum_{i=1}^{m} U_i \cdot b_{il} \cdot dZ_l$$

$$+\sum_{j=1}^{n} x_j \cdot dP_j \tag{135}$$

となる。

支出関数

$$m=\omega(P_1, \cdots, P_n, Z_1, \cdots, Z_l) \tag{136}$$

を全微分すると，

$$dm=\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial\omega}{\partial P_j}\cdot dP_j+\sum_{h=1}^{l}\frac{\partial\omega}{\partial Z_h}\cdot dZ_h \tag{137}$$

となる。

(137) 式から (135) 式を引くと，

$$\begin{aligned} dm-dm=0=&\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial\omega}{\partial P_j}-x_j\right)dP_j \\ &+\sum_{h=1}^{l}\left(\frac{\partial\omega}{\partial Z_h}+\lambda_{m+1}\cdot\sum_{i=1}^{m}U_i\cdot b_{ih}\right)dZ_h \end{aligned} \tag{138}$$

となる。

この式より，

$$\frac{d\omega}{dZ_h}=-\lambda_{m+1}{}^*\cdot\sum_{i=1}^{m}U_i\cdot b_{ih} \tag{139}$$

となる。

また，(133) 式を利用すると，

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dZ_h}&=-\frac{P_r\cdot\sum_{i=1}^{m}U_i\cdot b_{ih}}{\sum_{i=1}^{m}U_i\cdot a_{ir}} \\ &\equiv-\delta_h \end{aligned} \tag{140}$$

この(139)式，または，(140)式は，公共財Z_hが1単位増加したとき，消費者が効用水準を一定に保つために支払っても良いと考える支出額を表わす。

そのために，(140)式の第二式で示すように，これは，公共財Z_hの補償需要価格とみなすことができる。この場合，財rがニュメレールとなっている。

公共財の補償需要価格δ_hを利用すると，公共財Z_hが，Z_h^0からZ_h^1に変化したときの補整的変差CVと等価的変差EVを求めることができる。すなわち，

$$\begin{aligned} CV &= m\{Z_h^1, V(Z_h^0)\} - m\{Z_h^0, V(Z_h^0)\} \\ &= \int_{Z_h^0}^{Z_h^1} \frac{\partial m\{Z_h, V(Z_h^0)\}}{\partial Z_h} \cdot dZ_h \\ &= \int_{Z_h^0}^{Z_h^1} \delta_h^*\{Z_h, V(Z_h^0)\}\, dZ_h \end{aligned} \tag{141}$$

$$\begin{aligned} EV &= m\{Z_h^1, V(Z_h^1)\} - m\{Z_h^0, V(Z_h^0)\} \\ &= \int_{Z_h^0}^{Z_h^1} \frac{\partial m\{Z_h, V(Z_h^1)\}}{\partial Z_h} \cdot dZ_h \\ &= \int_{Z_h^0}^{Z_h^1} \delta_h^*\{Z_h, V(Z_h^1)\}\, dZ_h \end{aligned} \tag{142}$$

となる。

11．結　　語

新しい消費者需要理論の手法に基づいて，公共財の需要関数を導出するということが，この論文の目的であった。

その目的は，公共財の補償需要価格を示す (139) 式，または (140) 式を導出することによって達成されたことになる。

しかし，この (139) 式，または (140) 式を導出する過程で，いくつかの興味ある結果も得られた。まず，第 4 節で，(27)式，(28)式

$$\frac{\partial V}{\partial m}=\lambda_{m+1}{}^{*}$$

$$\frac{\partial V}{\partial P_j}=-\lambda_{m+1}{}^{*}\cdot x_j{}^{*}$$

で示されるように，新しい消費者需要理論の手法に基づいても，間接効用関数の結論は，従来の消費者理論の間接効用関数の結論と同一になる。

このことは，支出関数についても同様であり，(57)式

$$\frac{\partial m}{\partial P_j}=x_j{}^{*}$$

で示されるように，新しい消費者需要理論に基づいても，従来の消費者需要理論と同一の結論が得られる。

また，新しい消費者需要理論によれば，公共財は，公共財それ自体と，公共財が生み出すサービスまたは特性とに区分され，消費者は，このサービスまたは特性を消費することになる。しかも，このサービスまたは特性は，私的財によっても生み出される可能性があるため，(85)式

$$y_i=\sum_{j=1}^{n}a_{ij}\cdot x_j+\sum_{h=1}^{l}b_{ih}\cdot Z_h$$

と定式化できる。

以上が，この論文で得られた主要な結論である。

この論文では触れていない問題が多く残されている。その中でも，特に重要な問題は，この論文では，ある個人についての主体的均衡条件を求めただけであり，市場均衡の条件については何ら述べていないことである。

そのため，今後，この論文の結論をふまえて，市場均衡の条件を求めていくことが必要であろう。

注 1） K．ランカスターの「新しい消費者理論」は，彼の論文〔9〕著書〔10〕において示されている。

注 2） K．ランカスターが特性アプローチを考えるようになったのは，従来の消費者理論に対していくつかの不満を持ったからである。例えば，消費する場合，ある財が他の財よりも密接に関連しているのは何故かとか，ある財がまったく購入されないのはなぜなのか，ということに対して十分な説明がなされていない点である。（消費者の効用関数の形に依存させて説明されている。）さらに問題なのは，新しい商品が導入されたり，商品の質が変化したりするときである。従来は，新しい商品 $\mathbf{x}_{n+1}$ をリストに付け加えるだけであった。

注 3） (3)の場合には，財空間で議論した方が良いという指摘が，ランカスター〔9〕の p.138 においてなされている。

注 4） 特性フロンティアの求め方については，ランカスター〔9〕の p.139 を参照。

注 5） 等号・不等号の制約条件を含むのでキューン・タッカー定理を利用して解くことにする。（cf. マンガサリアン〔19〕. イントリゲーター〔7〕）

注 6） キューン・タッカー定理は，必要・十分条件を明らかにする条件であって，具体的に値がどうなるのか，ということについて示すものではない。（cf. イントリゲーター〔7〕p.62〕

注 7） 特性フロンティアの性質から明らかなように，均衡においては，消費者によって購入される財の数は特性の数より多くなることはない。(cf. ランカスター〔9〕)

注 8） $\mathbf{x}_r$ の数 r を r＝m としたが，注 7 で述べたように，一般には r は r ≦m である。その意味で，r＝m としたのは簡単化といえる。しかし，r ＜m の場合についても以下の議論をほとんど変更せずに同様の方法で行なうことが可能である。

注　9）　支出関数については，メイラー〔13〕を参照のこと。
注　10）　公共財の「結合供給」・「共同消費」の定義の仕方は，山下〔21〕を参照のこと。

1. P. Bohm
''An Approach to the Problem of Estimating Demand for Public Goods'' Swedish Journal of Economics, 1971. Vol 73. p55－66.
2. D.F.Bradford and G.G.Hildebrandt
''Observable Preference for Public Goods''
Journal of Public Economics, 1977. Vol.4. p.111－131.
3. C.J.Cicchetti and V.K.Smith
''The Measurement of Individual Congestion Costs : An Economic Approach to Wilderness Recreation''
in Theory and Measurement of Economic Externalities.
Edited by S.A.Y.Lin, Academic Press New York 1976.
4. P.A.Diamond and D.L.Mcfadden
''Some Uses of the Expenditure Function in Public Finance''
Journal of Public Economics. 1974. Vol.3. p.3－21.
5. H.A.J.Green
Consumer Theory
Penguin Books. 1971.
6. J.R.Hicks
A Revision of Demand Theory
Oxford University Press. 1956.
7. M.D.Intriligator
Mathematical Optimization and Economic Theory
Prentice-Hall. Inc. 1971.
8. K.J.Lancaster
''Change and Innovation in the technology of Consumption''
American Economic Review. 1966. Vol.56. No2. p.14－23.
9. K.J.Lancaster
''A New Approach to Consumer Theory''
Journal of Political Economy. 1966. Vol.74. p.132－57.
10. K.J.Lancaster
Consumer Demand. New York Columbia University Press. 1971.
11. R.G.Lipsey and G.Rosenbluth
''A Contribution to the new theory of demand :

a rehabilitation of the Giffen goods''
Canadian Journal of Economics. 1971. Vol.4. No.2. p.131－63.

12. K.G.Mäler
''A Method of Estimating Social Benefits from Pollution Control''
Swedish Journal of Economics. 1971. Vol73. p.121－133.

13. K.G.Mäler
Environmental Economics : Theoretical Inquiry.
Johns Hopkins Press, 1974.

14. S.Rosen
''Hedonic Prices and Implicit Markets : Product
Differentiation in Pure Competition''
Journal of Political Economy. 1974. No.82. p.34－55.

15. P.A.Samuelson
''The Pure Theory of Public Expenditure''
Review of Economics and Statistics. 1954. No.36. p.387－389.

16. P.A.Samuelson
''Aspects of Public Expenditure Theory''
Review of Economics and Statistics. 1958. Vol.40. p.332－338.

17. P.A.Samuelson
''Using Full Duality to Show That Simultaneously Additive
Direct and Indirect Utilities Implies Elasticity of Demand''
Econometrica. 1965. Vol.33. p.781－96.

18. A.Takayama
Mathematical Economics
The Dryden Press 1974.

19. O.L.Mangasarian
Nonlinear Programming
New York, McGraw-Hill 1969.

20. 河野博忠　小川哲夫　吉田雅敏
「社会的費用と公害評価率――間接効用関数および支出関数に依拠して――」
地域学研究　第9巻　昭和54年6月

21. 山下和久
「公共財の理論について」
大阪大学経済学　June 1971. p.33－41.