

# 負の公共財に関する動学的不整合性は避けられるか？ —実験による検証—

和田 良子  
経済学部准教授

平瀬 和基  
経済学部講師

## 1. 序

和田-平瀬(2005)(2006)に引き続き、環境問題の一部である、家庭ごみを想定したごみ処理ゲームについて議論をする。まず、最近のごみ処理環境について簡単に概観する。次に、ごみ処理問題にかんし、均衡概念の存在が知られている譲渡不可能な効用を用いた枠組みを用いたゲームを紹介し、そのゲームについて実験を行った結果を考察する。理論における均衡概念と関係する行動と実験で得られた行動とを比較することが主な目的である。

本稿第2章では、我々が引き続きごみ処理ゲームを新しく規定し、実験を行う背景について述べる。

本稿第3章では、ゲームを定義する。定式化に際して、公共財供給ゲームのひとつのバリエーションとなる負の公共財ゲームを用いることとする<sup>1)</sup>。

この負の公共財ゲームでは、それぞれ初期にもつごみの量を所与として、有限人のプレーヤーが、与えられたごみのうちどの程度を社会に投棄するかを考える意思決定を扱う。このとき投棄しなかったごみは、自分の手元に残し処理するものとする。各プレーヤーによって廃棄されたごみが社会に悪影響を与える様子を、投棄されたごみ全体の量が増えるということであらわし、増えたごみをプレーヤー全員で平等に処理しなくてはならない状況を考える<sup>2)</sup>。各プレーヤーの利得は、最終的にそのプレーヤーが処理しなければならないごみの量に-1を乗じたもので表現されるものとする。

その中で、いくつかの均衡概念を取り上げ、それらの均衡概念がどのような行動に対応するのかを議論する。具体的には、このゲームで非協力ゲームの均衡概念であるナッシュ

均衡と強均衡を定義し、それらが、自分のごみを自分で処理しないという行動に対応することを示す。また、主体同士が結託可能な状況を考慮して、協力ゲームの均衡概念である $\alpha$ コアと $\beta$ コアを定義し、それらが自分のごみを自分で処理するという行動に対応することを示す。個人合理的な行動は自分で処理するごみの量を0にすることであるが、社会的には全てのプレーヤーが各自でごみを処理することが望ましいという意味で、このゲームは一種の社会的ジレンマになっているといえるわけである。

第4章では、負の公共財ゲームについて行った実験の設定や被験者の属性、実施日などの基礎的なデータについて説明をする。実験は、被験者のグループを対象にゲームを5回繰り返すというものであるが、繰り返しを行う中で、各被験者に与える情報を変えずに、ごみの増加倍率の設定を1.2と2とする2種類の実験を行った。被験者は、前の回に自分が投棄したごみと、グループで集まったごみの量と自分の処理量がわかる。

第5章と第6章で、実験結果と理論上均衡概念に関連づけられた行動とを比較し考察を与える。

## 2. 背景

ここ数年、技術的な進歩によって家庭ごみの処理をめぐる状況が変化し、京都議定書の定めるCO<sub>2</sub>削減の目標期限が近づいたことによって、リサイクル市場を含む環境問題についての議論が再燃し、認識が変化してきた。

ここ数年の間に、ごみ（廃棄物）を高温燃焼させるガス化溶鉱炉の導入がすすみ、多くの自治体で家庭ごみの分別が不必要となった。例えば東京都では2007年から、金属をのぞいて、燃えるごみと燃えないごみの分別が不要となった。一方ごみを増やせば、それを処理することに伴いダイオキシンなどの有害物質が発生することについての認識は、数年前よりも浸透していると考えられる。一般廃棄物の総量は、平成15年度から横ばいになり、平成16年度、17年度とわずかながら減少しつつある。ガス化溶鉱炉についての説明を以下に紹介する。

「近年導入が進んでいるのがガス化溶融炉です。ガス化溶融炉は、ガス化炉で廃棄物を熱分解してガスと炭化物を生成し、これらを溶融炉で高温燃焼させて灰分を溶融し排ガスとスラグにするものです。ガス化溶融炉は、高温完全燃焼によりダイオキシンの発生が抑制され

ること、廃棄物の保有熱量を有効に利用して灰の溶融固化を行うことで、灰は無害化され、溶融スラグの有効利用が図られること、燃焼に必要な空気量が少なくて済むことから排ガス量が少なく高効率の熱回収が可能となることなどの特徴があります。」

（環境省平成19年度「環境白書」総説2. 第2節 循環型社会を支える技術

<http://www.env.go.jp/policy/hakusyo/h19/index.html> より引用）

技術の進歩にともなって、将来はどの自治体においても各家庭においてごみを分別するという面倒な作業から解放されると考えられる。各家庭や小規模の事業者がごみを出すことに伴うコストは小さくなることによって、ごみを出さないように生活する必要性は減少したと考えられる。したがって、今後は再び家庭ごみが増えてしまう可能性もある。

また、ごみを処理する技術が進んだとしても解決できない問題が残る。それは、ごみ問題の本質は、それが負の公共財であることである。このことは、社会的なジレンマを引き起こす要因となり得る。例えば、自治体のなかでは、誰がごみを投棄したかはわからない。ごみを一定程度の量だと金銭的負担が増えるなどの措置が明示的にとられていない場合、実際に各家庭にごみを減らす努力をするインセンティブが与えられているわけではない。したがって、ごみを大量に投棄することが、各自治体内のごみ処理費用の増大をもたらし、損失をもたらすことがわかっていても、各家庭にとって、自分だけがごみを減らすインセンティブは小さい。なぜならば、自分がごみを減らしても、自治体内の他の主体がごみを増やせば、自分がごみを減らしたことによる受益を得にくいけれど、他の主体によるごみ増大による費用負担を被ってしまうためである。現状では、大型のごみについては、例えば投棄量に対しての課税や有料化、強い懲罰システムが導入されていないことから、持続的にごみを減らす努力が家庭や小事業体によっても行われていく保証はないと考えてよい<sup>3)</sup>。

以上の背景を念頭に、ごみをある程度自分で処理し、残りを自分が属する自治体に投棄する状況をモデルによって分析し、実験によって検証していくこととする。

### 3. 理論

#### 3.1 モデル

ここでは、負の公共財ゲームを定義する。

$N := \{1, 2, \dots, n\}$  ( $n > 1$ ) を主体の集合とする。初期のごみ保有量は主体間で共通の量であるものとし、 $(e, \dots, e) \in \mathbb{R}_+^n$  であらわし、各主体が初期のごみ保有量のうちどれだけの量を社会に投棄するかを決定する状況、言い換えると、主体  $i$  が戦略集合  $X_i := [0, e]$  の中から戦略を選ぶという状況を考える。

各主体がごみを  $(x_i)_{i \in N}$  だけ投棄したときに、社会に投棄されるごみの量は、各主体が投棄するごみの量を足し合わせた  $\sum_{i \in N} x_i$  という量であるが、その量が  $a$  倍に増加してしまうとする。ここで  $a$  について以下の仮定をする。

**仮定 1.** 投棄されたごみの増加率  $a$  は、 $1 < a < n$  を満たす<sup>4)</sup>.

増加したごみは、全ての主体が平等に処分しなければならない。したがって、主体  $i$  が処理しなければならないごみの量は、初期のごみ保有量のうち手元に残した量  $e - x_i$  と社会に投棄され増加してしまったごみを全員で応分した量  $\frac{a}{n} \sum_{i \in N} x_i$  をあわせたものになる。処理しなければならないごみの量が多いほど利得が低くなると考え、主体  $i$  の利得は、主体  $i$  が処理しなければならないごみの量に  $-1$  を乗じたものであるとすると、主体  $i$  の利得関数  $u_i : \Pi_{i \in N} \rightarrow \mathbb{R}$  は以下の式で表されることになる。

$$u_i(x) = -(e - x_i) - \frac{a}{n} \sum_{i \in N} x_i = -\frac{a}{n} \sum_{i \in N} x_i + x_i - e.$$

**定義 1. (負の公共財ゲーム)**

負の公共財ゲームは、以下の  $n$  人戦略型ゲーム  $G = \{N, (X_i)_{i \in N}, (u_i)_{i \in N}\}$  として定式化されるものである。

- $N = \{1, \dots, i, \dots, n\}$  … 主体の集合。
- $X_i = [0, e], e \in \mathbb{R}_+$  … 主体  $i$  の戦略集合。
- $u_i(x_1, \dots, x_n) = -\frac{a}{n} \sum_{i \in N} x_i + x_i - e$  … 主体  $i$  の利得関数。

以下では、このゲーム  $G$  の均衡概念を扱っていくことになるが、便宜上、以下の表記を用いることにする。 $N$  の非空な部分集合を提携と呼び、 $S$  であらわす。提携の集合を  $\mathcal{N}$  と表記する。提携による戦略について、次のような記号を用いることにする。提携  $S$  による戦略の集合  $\Pi_{i \in S} X_i$  を  $X_S$  として、その典型的な元を  $x_S$  とする。全員提携  $N$  による戦略や戦略集合については添え字を省略し、 $x, X$  などとあらわす。 $i$  以外の主体による提携  $N \setminus \{i\}$  を  $-i$  で表記する。また、主体  $i$  による 1 人提携  $\{i\}$  を単に  $i$  と表現する。

### 3.2 均衡

ここでの目的は、上で定義した負の公共財ゲーム  $G$  におけるいくつかの均衡概念を定義し、それらの均衡概念によってどのような戦略が支持されるかを述べることである。具体的に扱う均衡概念は、ナッシュ均衡、強均衡、 $\alpha$  コア、 $\beta$  コアの 4 つである。これらの均衡概念を定義する前に、逸脱という概念を定義する。その後、ある種の逸脱がおこらない戦略の組として各均衡概念を定義していくことにする。

#### 定義 2. (逸脱)

提携  $S$  が  $x = (x_1, \dots, x_n)$  に対して逸脱戦略  $y_S (\in X_S)$  をもつとは、提携  $S$  の全ての構成員  $j$  について、

$$u_j(y_S, x_{N \setminus S}) > u_j(x)$$

が成立することをいう。

上の式は、提携  $S$  が  $y_S$  を選ぶことで、 $S$  に属する全ての構成員が、提携  $S$  が戦略  $x_S$  という戦略を選んだときよりも高い利得を得られることを意味する。本稿で取り上げる 4 つの均衡概念は、それに対してある種の逸脱が存在しない戦略の組として定義される。

#### 3.2.1 ナッシュ均衡

戦略の組  $x$  がナッシュ均衡であるとは、どのような一人提携も  $x$  に対して逸脱戦略をもたないということである。

#### 定義 3. (ナッシュ均衡)

戦略の組  $x$  がナッシュ均衡であるとは、全ての主体  $i$  と  $X_i$  に属する全ての  $y_i$  に対して、 $u_i(x) \geq u_i(y_i, x_{-i})$  が成立することをいう。

このナッシュ均衡の定義から、次の命題が成立する。

**命題 1** 負の公共財ゲーム  $G$ において、(1) 戰略の組  $x = (x_1, \dots, x_n)$  がナッシュ均衡であることと、(2) 全ての主体  $i$ について、 $x_i = e$  が成立することとは同値である。

(証明)

(1)  $\Rightarrow$  (2) :

対偶を示す。 $(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)$  という戦略の組において、ある主体  $i$  が、 $e_i$  とは異なる戦略  $x_i$  を選んでいたとする。主体  $i$  の戦略集合は  $[0, e]$  なので、 $x_i < e$  が成立する。ここで、主体  $i$  の利得は

$$u_i(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) = -\frac{a}{n} \sum_{i \in N} x_i + x_i - e$$

であり、 $\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 1 - \frac{a}{n}$  となることがわかる。仮定より、 $1 < a < n$  が成立しているため、 $\frac{\partial u_i}{\partial x_i} > 0$  が成立する<sup>5)</sup>。したがって、主体  $i$  は、 $e$  より小さい  $x_i$  を選ぶよりも、 $e$  を選んだ方が利得を高められる。主体  $i$  は、(他の主体がどのような戦略を選んでいようと)  
 $(x_i)_{i \in N}$  という戦略に対して、逸脱戦略  $e$  をもつといえる。したがって、 $x_i \neq e$  となる戦略の組  $(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)$  はナッシュ均衡ではないことが示された。

(2)  $\Rightarrow$  (1) :

$(e, \dots, e)$  という戦略の組が選ばれているときに、任意の主体  $i$  が得る利得は、

$$u_i(e, \dots, e) = -\frac{a}{n} ne + e - e = -ae$$

である。ここで、主体  $i$  が  $e$  と異なる戦略  $y_i$  を選んだとすると、主体  $i$  の利得は、

$$u_i(e, \dots, y_i, \dots, e) = -\frac{a}{n}(n-1)e - \frac{a}{n}y_i + y_i - e = -\frac{a}{n}ne - (1 - \frac{a}{n})(e - y_i) = -ae - (1 - \frac{a}{n})(e - y_i)$$

となる。 $1 < a < n$  という仮定と、 $e$  とは異なる戦略  $y_i$  について  $y_i < e$  が成立することから、

$$u_i(e, \dots, e) - u_i(e, \dots, y_i, \dots, e) = (1 - \frac{a}{n})(e - y_i) > 0$$

が成立する。したがって、定義より、 $(e, \dots, e)$  という戦略の組はナッシュ均衡である。◊

この命題は、戦略がナッシュ均衡になるための必要十分条件を示している。負の公共財ゲームにおけるナッシュ均衡戦略は、初期保有として与えられたごみの量すべてを投

棄し、自分の手元には残さないようにする行動に対応することがわかった。

ここで、全ての主体が  $x_i = 0$  という戦略を選んだときの利得と、ナッシュ均衡戦略を選んだときの利得を比較すると次の主張が成立する。

**命題2** 負の公共財ゲーム  $G$ において、全ての主体にとって、全主体がごみを一切投棄しない方がナッシュ均衡のときよりも高い利得を得られる。すなわち、任意の主体  $i$  について、 $u_i(0, \dots, 0) > u_i(e, \dots, e)$  が成立する。

(証明)

$u_i(0, \dots, 0) = -e$  となり、ナッシュ均衡のときの利得  $-ae$ との差を求めるとき、 $a$ についての仮定より、

$$u_i(0, \dots, 0) - u_i(e, \dots, e) = -e - (-ae) = (a-1)e > 0$$

となることがわかる。すなわち、負の公共財ゲームにおいては、全ての主体にとって、全主体がごみを一切投棄しない方がナッシュ均衡のときよりも利得が高いといえるわけである。 ◇

全員にとって望ましい結果が、個人合理的であるナッシュ均衡戦略によって実現されないという意味で、この負の公共財ゲームは社会的ジレンマの状況になっているのである。

### 3.2.2 強均衡

第二の均衡概念として、強均衡を取り上げる。

#### 定義4. (強均衡)

どのような提携も戦略の組  $x$  に対して逸脱戦略をもたないとき、戦略の組  $x$  は強均衡であるという。

一人提携に逸脱されない戦略の組として定義されていたナッシュ均衡と比較すると、強均衡はより強い均衡概念となっており、強均衡になる戦略の組はナッシュ均衡になることがわかる。

注1. 強均衡はナッシュ均衡である。

負の公共財ゲームにおいては、強均衡に対応する戦略は存在しないことが証明される。

**命題3** 負の公共財ゲーム  $G$  の強均衡となる戦略の組は存在しない。

#### (証明)

ナッシュ均衡ではない戦略の組  $(x_i)_{i \in N}$  に対しては、 $x_i \neq e$  をみたす主体  $i$  が逸脱戦略  $e$  をもつ。

一方で、命題2より  $u_i(0, \dots, 0) > u_i(e, \dots, e)$  が成立しているので、ナッシュ均衡戦略の組  $(e, \dots, e)$  に対しては、全員提携  $N$  が  $(0, \dots, 0)$  という逸脱戦略をもつといえる。

したがって、強均衡が存在しないことが示された。 ◇

命題3から、負の公共財ゲームにおいては、どのような提携にも逸脱されない強い安定性をもつ戦略は存在しないことがわかった。

### 3.2.3 コア

ここでは、主体同士が協力する状況での均衡概念を取り上げる。具体的には、譲渡不可能な効用をもつゲームの  $\alpha$  コアと  $\beta$  コアに対応する戦略が、負の公共財ゲームにおいてどのようなものになるのかを示していく。

#### 定義5. ( $\alpha$ 特性対応)

負の公共財ゲーム  $G$  の  $\alpha$  特性対応  $V_\alpha$  を以下のように定義する。

- $V_\alpha(S) := \{u = (u_1, \dots, u_n) \in \mathbb{R}^n \mid \exists x_S \in X_S, \forall x_{N \setminus S} \in X_{N \setminus S}, \forall i \in S, u_i \leq u_i(x)\} \quad (S \neq N).$
- $V_\alpha(N) := \{u = (u_1, \dots, u_n) \in \mathbb{R}^n \mid \exists x \in X, \forall i \in N, u_i \leq u_i(x)\}.$

この特性対応  $V_\alpha$  は、Aumann-Peleg (1960) が導入した  $\alpha$  的状況に基づいている。  
 $V_\alpha(S)$  は、提携  $S$  がある戦略を選んでおけば、提携  $N \setminus S$  が  $S$  にとって最悪な戦略を選ぶとも、提携  $S$  のメンバーが達成できる利得ベクトルの集合を表現したものと解釈される。  
この特性対応を使って、 $\alpha$  コアを定義する。

#### 定義6. ( $\alpha$ コア)

負の公共財ゲーム  $G$  の  $\alpha$  コア  $C_\alpha(G)$  を、以下の利得ベクトルの集合で定義する。

$$C_\alpha(G) := V_\alpha(N) \setminus \bigcup_{S \in \mathcal{N}} \text{int}V_\alpha(S).$$

$\alpha$  コアは、 $\alpha$  的な状況を考えたとき、全員提携で達成される利得ベクトルの集合から、

悲観的な予想に基づいたとしても何らかの提携によって逸脱されてしまう利得ベクトルの集合を除いたものと解釈できる。

次に、 $\alpha$  流とは異なる特性対応を定義する。

#### 定義 7. ( $\beta$ 特性対応)

負の公共財ゲーム  $G$  の  $\beta$  特性対応  $V_\beta$  を

- $V_\beta(S) := \{u = (u_1, \dots, u_n) \in \mathbb{R}^n | \forall x_{N \setminus S} \in X_{N \setminus S}, \exists x_S \in X_S, \forall i \in S, u_i \leq u_i(x)\}$  ( $S \neq N$ )
- $V_\beta(N) := \{u = (u_1, \dots, u_n) \in \mathbb{R}^n | \exists x \in X, \forall i \in N, u_i \leq u_i(x)\}$

と定義する。

この特性対応は、Aumann-Peleg (1960) が導入した  $\beta$  的状況に基づいている。 $V_\beta(S)$  は、 $N \setminus S$  がどのような戦略を選ぼうと、それに対して提携  $S$  のメンバーが適当な戦略を選ぶことで達成することができる利得ベクトルの集合を表現したものと解釈できる。提携  $S$  が  $N \setminus S$  の戦略に対応することができるであろうという、 $\alpha$  流よりは提携  $S$  にとって楽観的な状況をあらわしていると考えられる。

$\alpha$  コアと同様にして、 $\beta$  コアを定義する。

#### 定義 8. ( $\beta$ コア)

負の公共財ゲーム  $G$  の  $\beta$  コア  $C_\beta(G)$  を、以下の利得ベクトルの集合で定義する。

$$C_\beta(G) := V_\beta(N) \setminus \bigcup_{S \in \mathcal{N}} \text{int}V_\beta(S).$$

$\beta$  コアは、全員提携で達成される利得ベクトルの集合から、楽観的な予想に基づいたときに何らかの提携によって逸脱されてしまう利得ベクトルの集合を除いたものと解釈できる。

$\alpha$  コアは悲観的な予想に基づいた逸脱を許さない状況、 $\beta$  コアは楽観的な予想に基づいた逸脱を許さない状況、強均衡はいかなる逸脱も許さない状況を記述していると解釈できよう。これら 3 つの均衡概念については、定義から一般に、強均衡で達成される利得の組は  $\beta$  コアになり、 $\beta$  コアは  $\alpha$  コアに含まれるという関係が成立する。上に述べた通り、一般的には  $\beta$  コアは  $\alpha$  コアに含まれるのだが、本稿でモデル化した負の公共財ゲームでは  $\alpha$  コアと  $\beta$  コアが一致することがわかる。

**命題 4** 負の公共財ゲーム  $G$ において,  $C_\alpha(G) = C_\beta(G)$  が成立する.

この命題を証明する前に, 補題を示す.

**補題.** 負の公共財ゲーム  $G$ において, 全ての提携  $S$  と提携  $N \setminus S$  に属する全ての主体  $i$  に対して, 提携  $S$  の任意の戦略  $x_S$  と提携  $N \setminus S$  の任意の戦略  $x_{N \setminus S}$  について,

$$u_i(x_S, x_{N \setminus S}) \geq u_i(x_S, (e)_{j \in N \setminus S})$$

が成立する.

提携  $S$  の構成員にとっては,  $N \setminus S$  の構成員が投棄するごみの量が増えれば増えるほど, 利得が下がるというわけである.

(証明)

$$u_i(x_S, x_{N \setminus S}) = -\frac{a}{n} \sum_{j \in N} x_j + x_i - e = -\frac{a}{n} \left( \sum_{j \in S} x_j + \sum_{j \in N \setminus S} x_j \right) + x_i - e$$

であり,

$$u_i(x_S, (e)_{j \in N \setminus S}) = -\frac{a}{n} \left( \sum_{j \in S} x_j + |N \setminus S|e \right) + x_i - e$$

であるが,

$$\sum_{j \in N \setminus S} x_j \leq |N \setminus S|e$$

が成立するため, 前者の値が後者の値を下回ることはない. したがって,

$$u_i(x_S, x_{N \setminus S}) \geq u_i(x_S, (e)_{j \in N \setminus S})$$

が成立する. ◇

補題を用いて, 命題 4 を証明する.

(証明)

補題より, 任意の提携  $S$  の各構成員にとって,  $N \setminus S$  の戦略の中でもっとも利得を下げるものは,  $(e)_{j \in N \setminus S}$  であるといえる. ゆえに, 任意の提携  $S$  ( $\neq N$ ) について,

$$V_\alpha(S) = V_\beta(S) = \{u = (u_1, \dots, u_n) \in \Re^n \mid \exists x_S \in X_S, \forall i \in S, u_i \leq u_i(x_{i \in S}, (e)_{j \in N \setminus S})\}$$

となる.

$V_\alpha(N) = V_\beta(N)$  は自明なので,  $C_\alpha(G) = C_\beta(G)$  が成立する.

◇

負の公共財ゲームにおいては,  $\alpha$  流の（悲観的な）予想をもつ提携によって逸脱を受けない利得ベクトルの集合は,  $\beta$  流の（楽観的な）予想をもつ提携によって逸脱を受けない利得ベクトルの集合と一致するということである. ここからは, 特に区別する必要がない限り特性対応を  $V$  と表記し,  $\alpha$  コアと  $\beta$  コアを単にコアと呼ぶことにする. 次に注目するのは, 負の公共財ゲームにおいて, コアに対応する戦略はどのような戦略かということである. その関係について, 下の命題で示すこととする.

**命題 5** 負の公共財ゲーム  $G$ において, 全ての主体がごみを一切投棄しないという戦略  $(e, \dots, e)$  によって得られる利得の組  $(-e, \dots, -e)$  はコアになる.

(証明)

$(-e, \dots, -e)$  がコアでないと仮定して矛盾を導く.

$(-e, \dots, -e) = (u_1(e, \dots, e), \dots, u_n(e, \dots, e)) \in V(N)$  であるため,  $(e, \dots, e)$  がコアでないということは, ある提携  $S \neq N$  が存在して,  $(-e, \dots, -e) \in \text{int}V(S)$  が成立するということである. これを認めると,

$$\begin{aligned} & \exists S, (-e, \dots, -e) \in \text{int}V(S) \\ \Rightarrow & \exists S, \exists x_S, \forall i \in N, -e \leq u_i(x_S, (e)_{j \in N \setminus S}) \\ \Rightarrow & \exists S, \exists x_S, -ne \leq \sum_{i \in N} u_i(x_S, (e)_{j \in N \setminus S}) \end{aligned}$$

より,  $-ne \leq \sum_{i \in N} u_i(x_S, (e)_{j \in N \setminus S})$  という不等式が成立することになる. ここで, この不等式の右辺に注目すると,

$$\begin{aligned} & \sum_{i \in N} u_i(x_S, (e)_{j \in N \setminus S}) \\ = & -a \left( \sum_{i \in S} x_i + \sum_{j \in N \setminus S} e \right) + \sum_{i \in S} (x_i - e) \\ = & -a \left( \sum_{i \in S} x_i + \sum_{j \in N \setminus S} e \right) + \sum_{i \in S} (x_i - e) \\ < & - \left( \sum_{i \in S} x_i + \sum_{j \in N \setminus S} e \right) + \sum_{i \in S} (x_i - e) \\ = & ne \end{aligned}$$

が成立し、 $ne < ne$  という矛盾が導かれることになる。 ◇

命題 5 より、負の公共財ゲームでは、各主体が初期に与えられたごみを一切投棄せずに自分で処理するという戦略が、コアという均衡概念によって支持されるということがわかった。

ここまででは、負の公共財ゲームにおいて取り上げた均衡概念がどのような戦略に対応するのかを理論的に考察してきたが、以下では、負の公共財についての実験において観察された行動について考察していくことにする。

## 4. 実験

第 3 章において、ごみ処理ゲームにおけるいくつかの均衡概念とそれらに支持される戦略（あるいは結果）との関係について理論的に述べてきた。以下では実験の方法と結果について述べていくことにする。

第 3 章の理論モデルで扱った均衡概念が実験で支持されるのかどうかを検証することが目的である。

### 4.1 手順

1. この実験では、日本語を用いることが可能な実験ソフトである zTree を用いる。
2. グループは 5 人で一組に分けられている。（実際にはグループ 8 は 3 人であった）  
グループはコンピューターによって決まり、被験者には誰が同じグループの構成員なのかはわからない。また、実験 1 と 2 の構成員は実際には同じであったが、被験者は、グループ内の構成員がシャッフルされていると思っている（実験時に画面上でシャッフルのボタンを押してみせている）。
3. 被験者ははじめに 5 単位のごみを保有しているものとする。
4. その 5 単位のごみを自分で処理せずグループにどの程度処理させるか（という戦略を）決めてもらい、決めた数字をボタンで入力してもらう。グループ内の相手は選ぶことはできない。
5. グループ全員の入力が終わると、被験者の画面が切り替わり、さきほど自分が出したごみの量と、グループ全体で処理するごみの量、自分に残したごみも含めた、最終的に自分が処理しなければならないごみの量が示される。
6. 1 つの実験についてセッションは 5 回。

**実験 1** 自分で処理せずグループに投棄したごみは集められて1.2倍となり、それをグループの人数すなわち5で割った量が、自分で処理すべきごみとして各セッションの終わりに戻ってくる。グループの誰がどの位ごみを投棄しているのかはわからない。

**実験 2** 自分で処理せずグループに投棄したごみは集められて2倍となり、それをグループの人数すなわち5で割った量が、自分で処理すべきごみとして各セッションの終わりに戻ってくる。グループの誰がどの位ごみを投棄しているのかはわからない。

## 4.2 被験者・実験日時

- 実験1, 2とも、慶應義塾大学総合政策学部の1年生から4年生38名を対象に平成19年11月17日に行った。

## 5. 実験結果

実験1, 2について、各被験者5回分の意思決定を表にすると以下のような実験結果が得られた。前述の通り、前の回に自分に集まったごみの量だけを被験者に情報提供を行ながら実験を行った。和田-平瀬（2006）との違いは、グループに出したごみがグループ全体として増えて戻ってくるところにある。

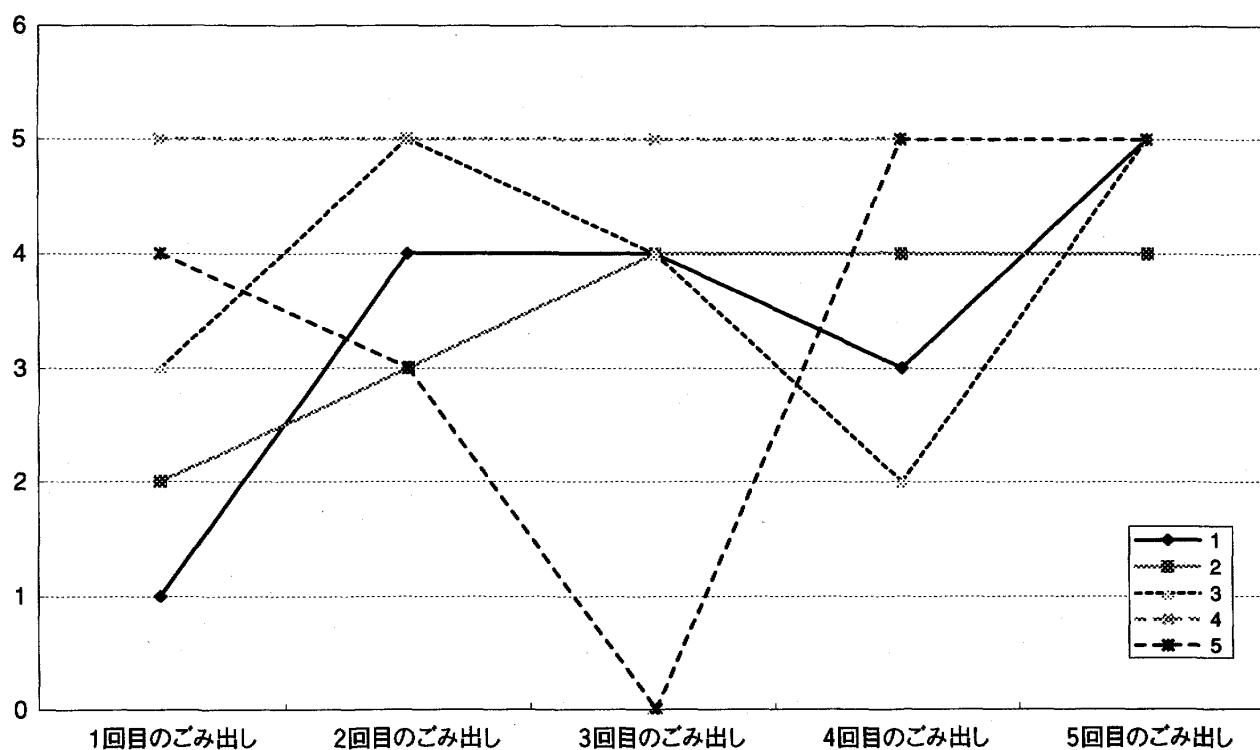
### 5.1 実験 1 の結果

各グループの5セッションのごみ出しは、以下の通りであった。グループ1, 3, 5, 6, 7にそれぞれ1人ずつ、グループ4に2人（被験者番号17および19）、セッションの初回から最終回を通じて与えられたすべて、すなわち5のごみを他人に出す戦略を探っている主体がいる。この主体の存在は、他の主体全員に対して、常に自分が出したごみよりも、1.2倍になることを割り引いてもなお多くのごみが手元に戻ってきてしまう結果をもたらす。これを反映して、グループ1, 3, 6, 7では、ナッシュ均衡に近い形で終わっている。また、これとは逆に、すべてのごみを自分で処理しつづける戦略を探った主体も、グループ4に1人だけ存在した（被験者番号16）。グループ4では、2人の被験者が毎回すべてのごみをグループに出し、1人がすべて自分で処理していたことから、1人分について相

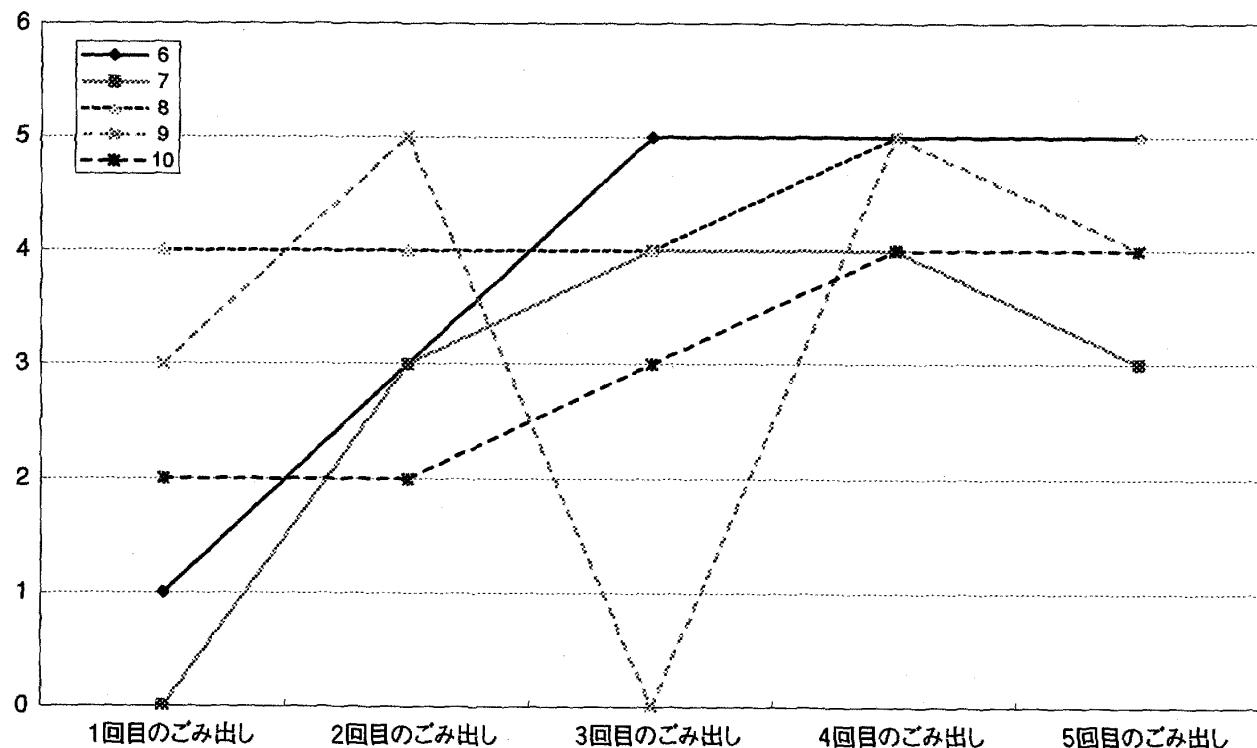
殺しあい、結果として他のグループと同じようなごみの集まり方となっていたと考えられる。グループ4と5では、最終回には、すべてのごみをグループに出す主体と、逆にすべてのごみを自分で処理する主体にわかかれている。後者については、ごみをグループに出せば出すほど全体でも自分でもごみを多くもらう結果になることを認識した結果ではないかと考えられる。

最終回に向けてほぼ全員がグループへのごみ出しを増やし、ナッシュ均衡に近い形で終わったグループは1, 2, 3, 7, 8である。

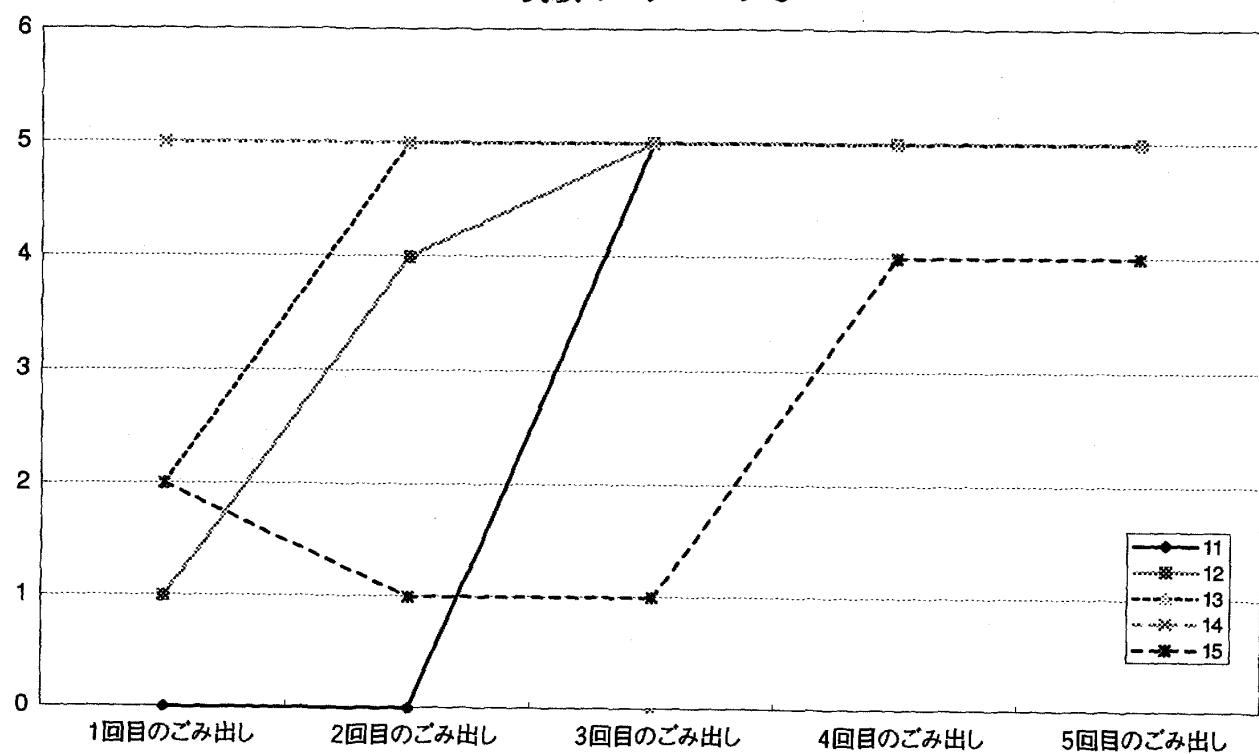
実験1 グループ1



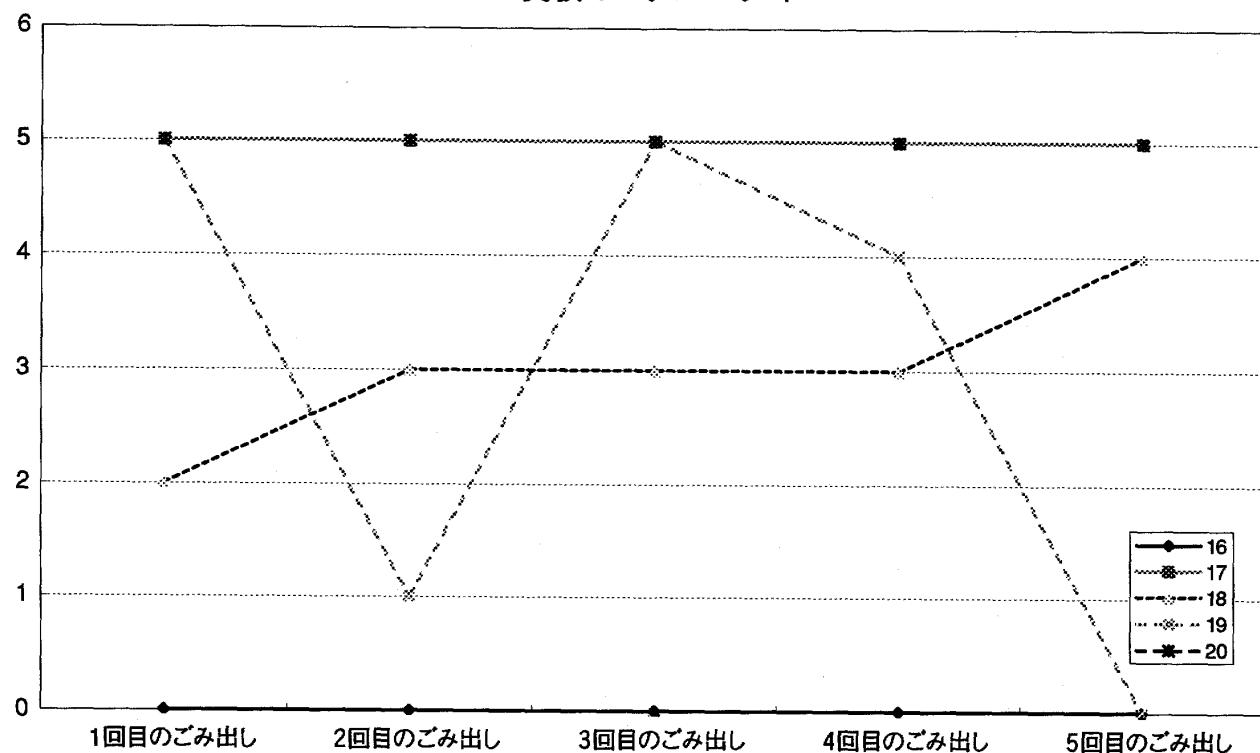
実験 1 グループ 2



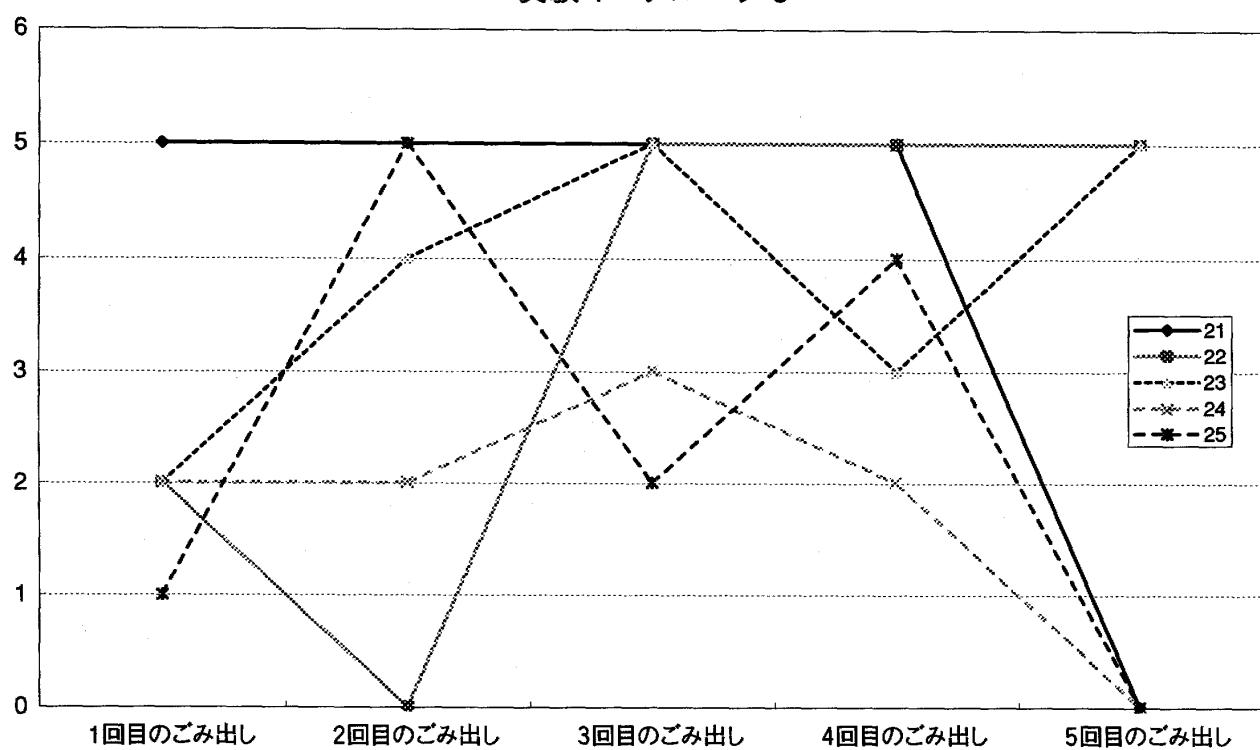
実験 1 グループ 3



実験 1 グループ 4

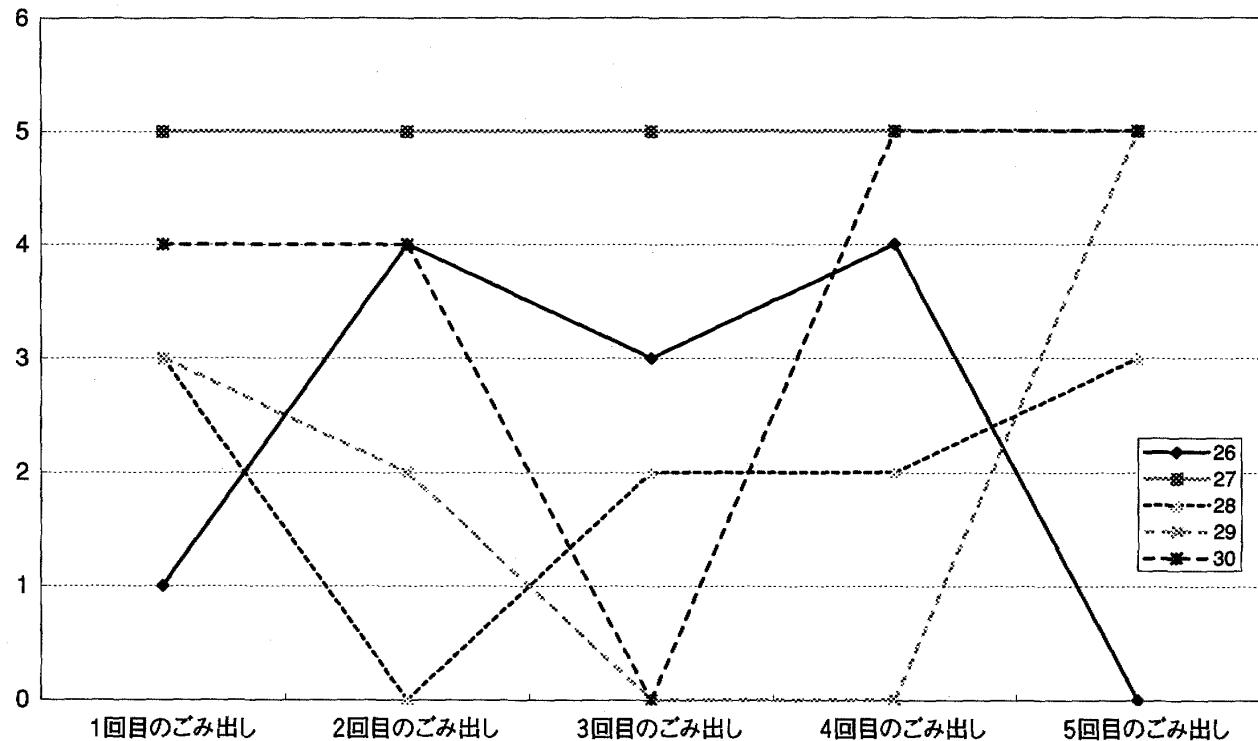


実験 1 グループ 5

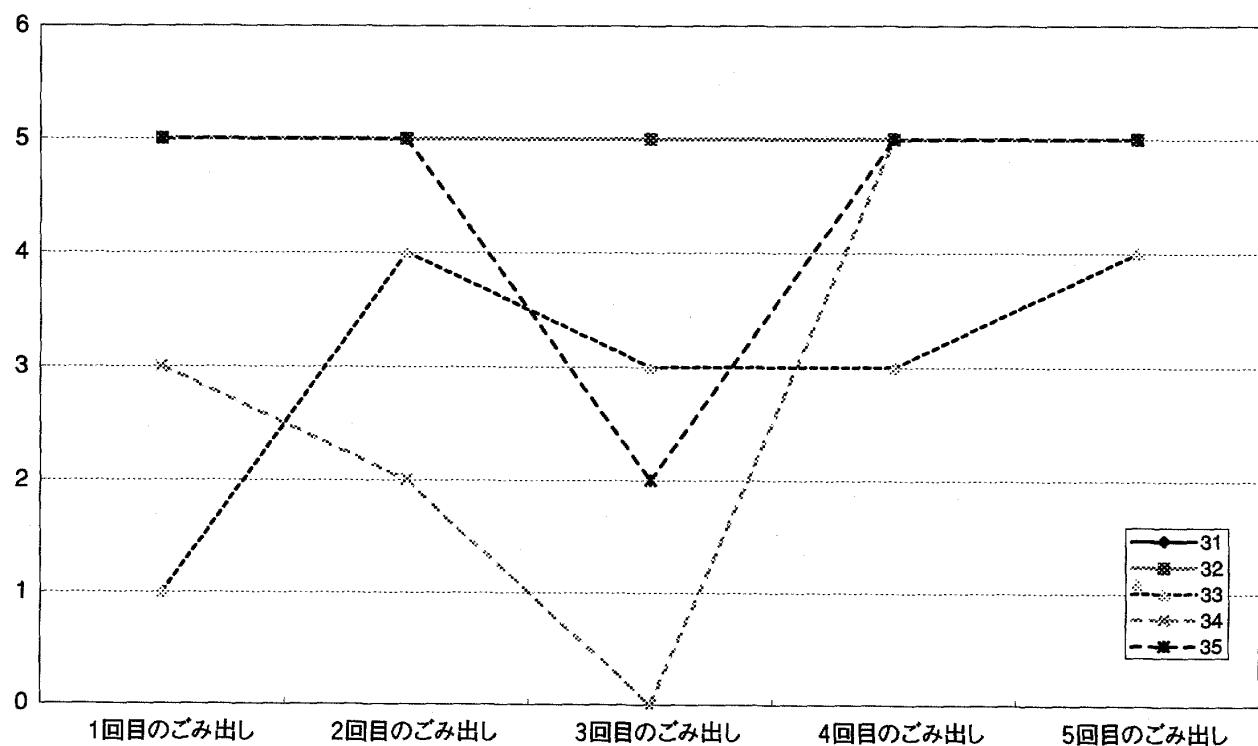


負の公共財に関する動学的不整合性は避けられるか？

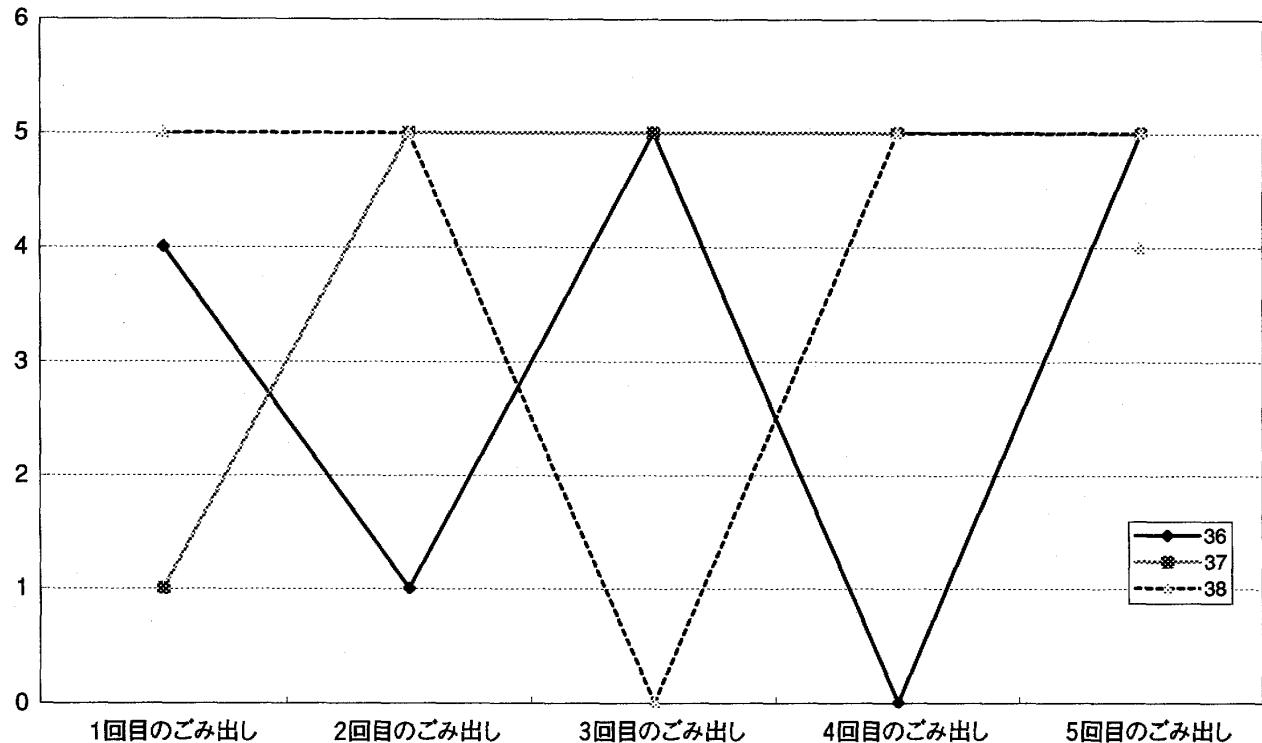
実験 1 グループ 6



実験 1 グループ 7



### 実験 1 グループ 8



### 5.2 実験 2 の結果

各グループの5セッションのごみ出し行動は、以下の通りであった。

### 5.3 実験 2 の結果の解釈

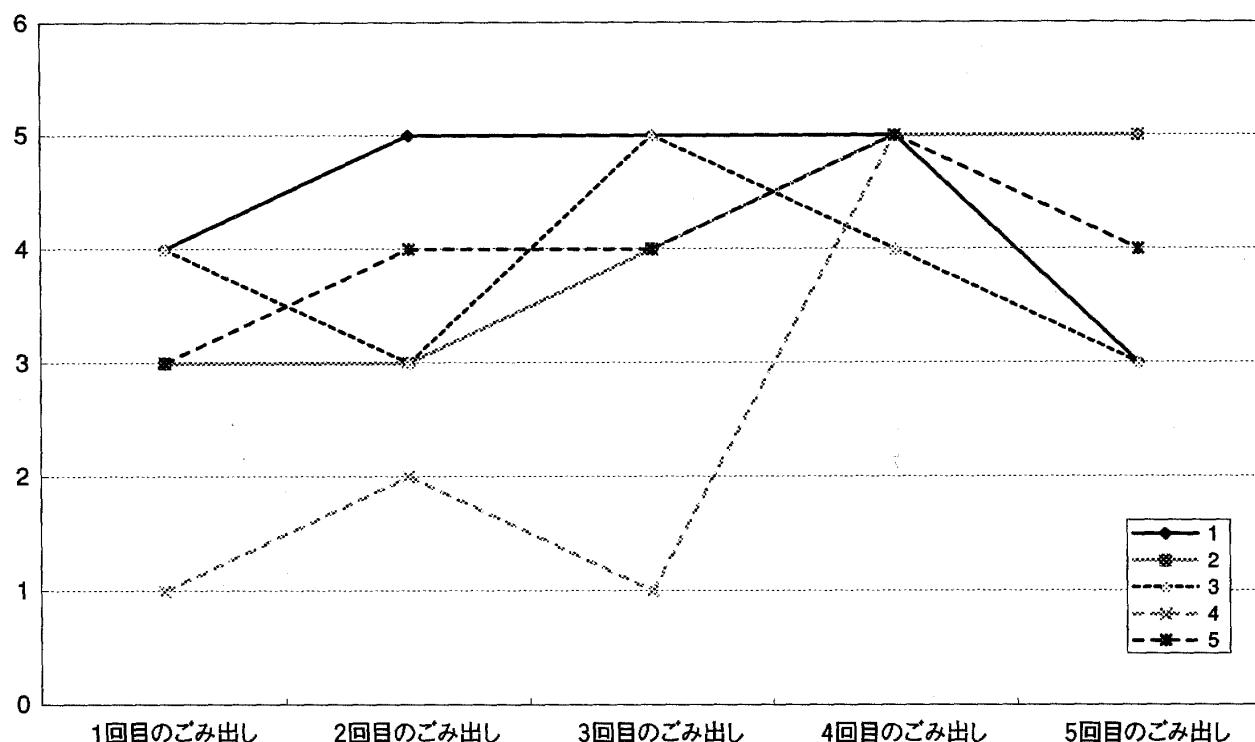
実験2では、グループ3, 6, 7, 8において、セッションの1回目から5回目まで5のごみをすべてグループに出し続けた主体が存在した。それぞれ被験者番号14, 27, 31, 32, 38であり被験者番号14, 27, 32は実験1でも同じ戦略を探っている。このような主体の存在により、当該グループでは、他の主体は、自分が出したごみよりも常に多くのごみをもらうことになった。しかし、今回は、それがただ乗りをする被験者のせいであるのか、それともごみが2倍になって戻ってきているせいなのかは、意思決定の時間が1分から3分程度であることを考えると、各被験者が直ちには計算できなかった可能性もある。また、初回から最終回までずっと自己に対してごみ出しをした主体は、グループ3, グループ4に1人ずつ存在した。

構成員のほとんどが最終回にむけてごみを多くグループに対して出し、ナッシュ均衡に近いかたちで終わったグループは、グループ1, 2, 3, 4である。1回目の実験でごみが増

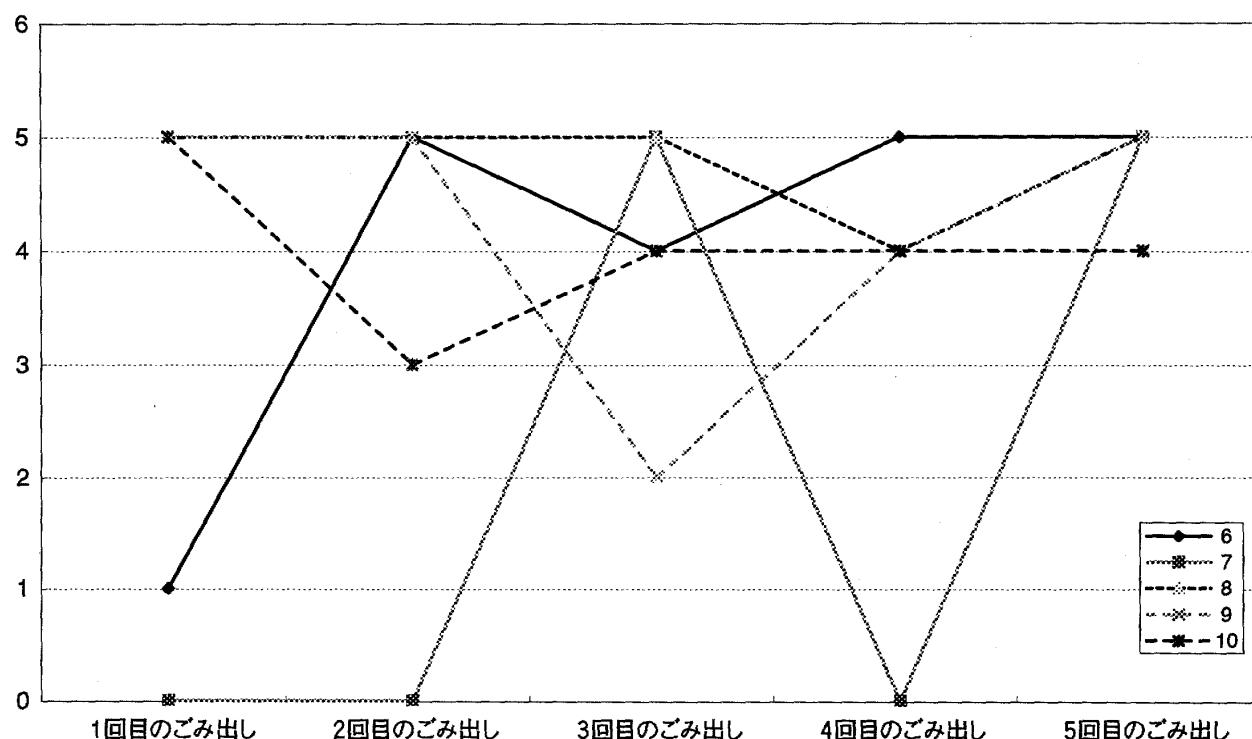
## 負の公共財に関する動学的不整合性は避けられるか？

える効果が1.2のときにも、ナッシュ均衡に向かったグループは1, 2, 3である。これらのグループでは、始めは様子を伺っているが、だんだんと他人にごみを押し付けていく動きが強まる過程が典型的にみられる。

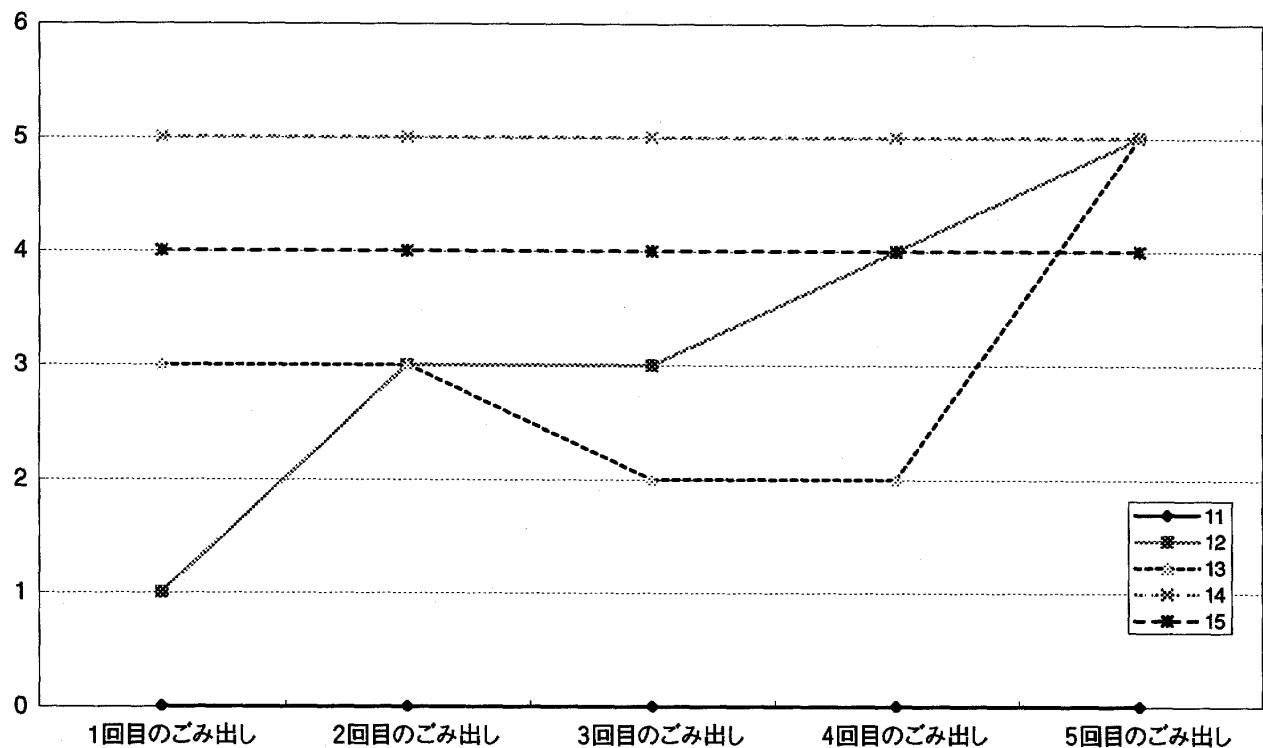
実験2 グループ1



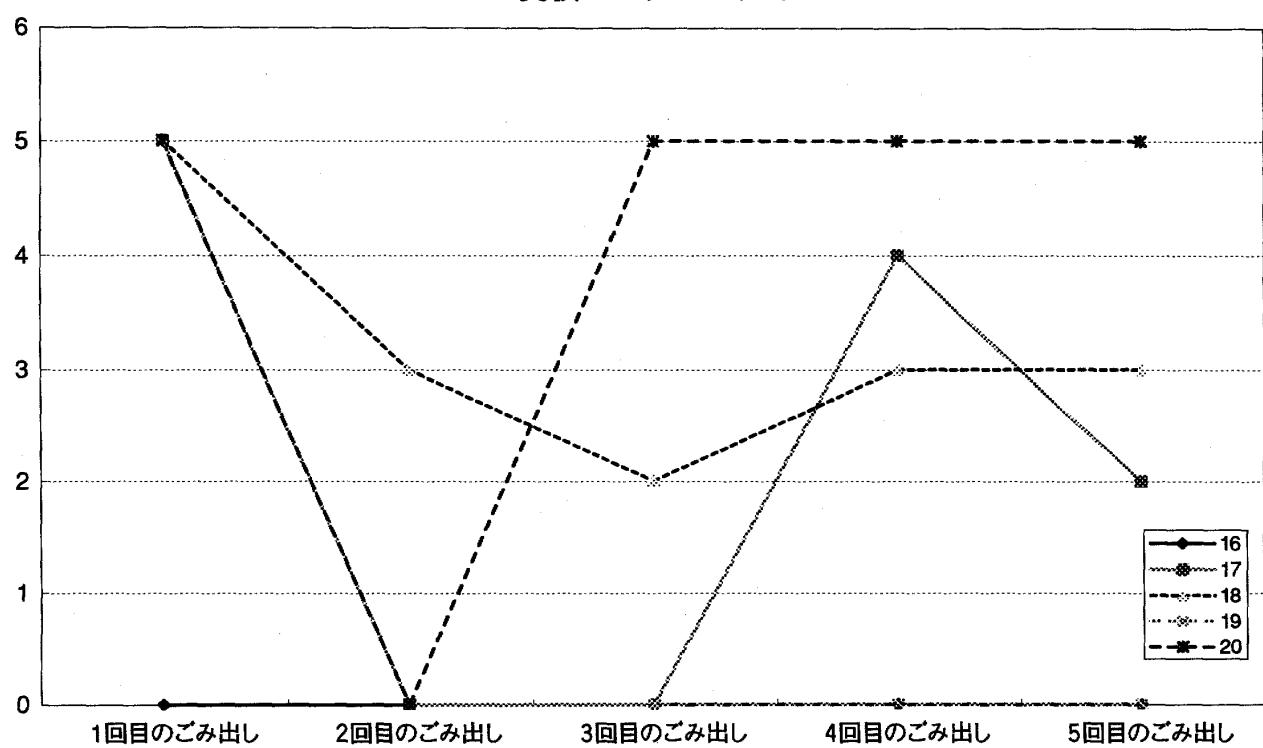
実験2 グループ2



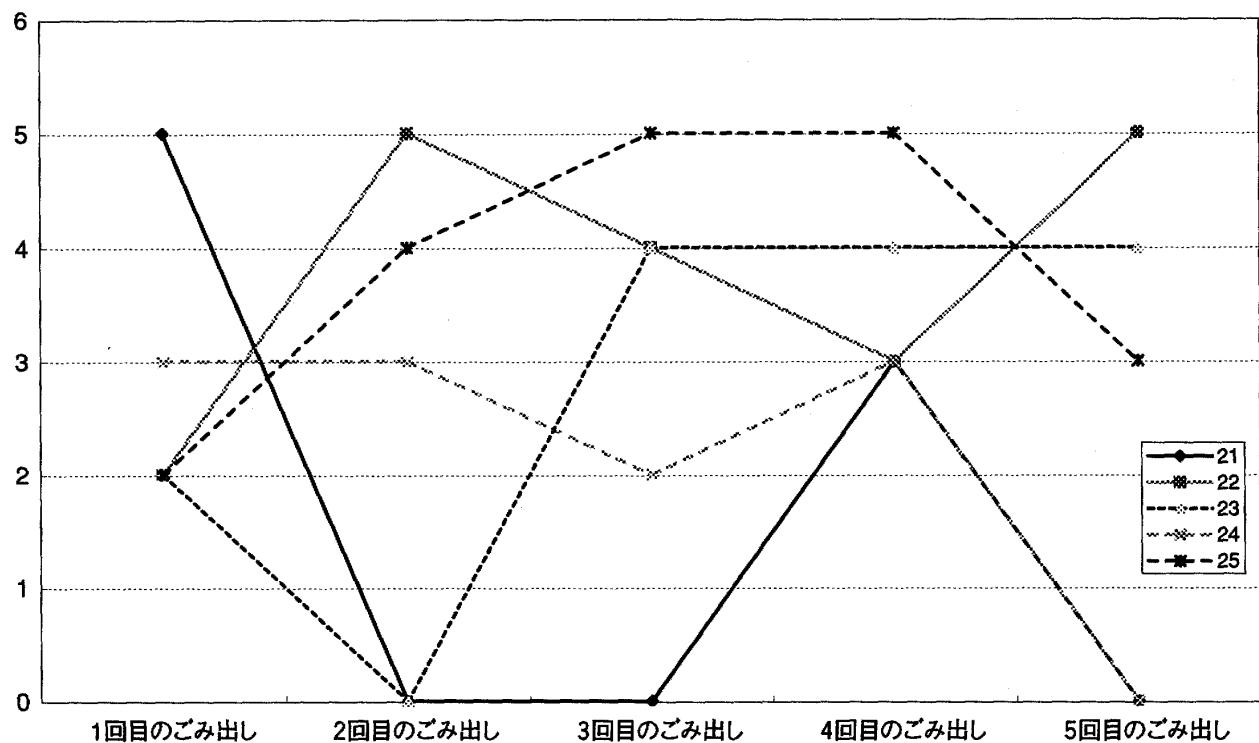
### 実験 2 グループ 3



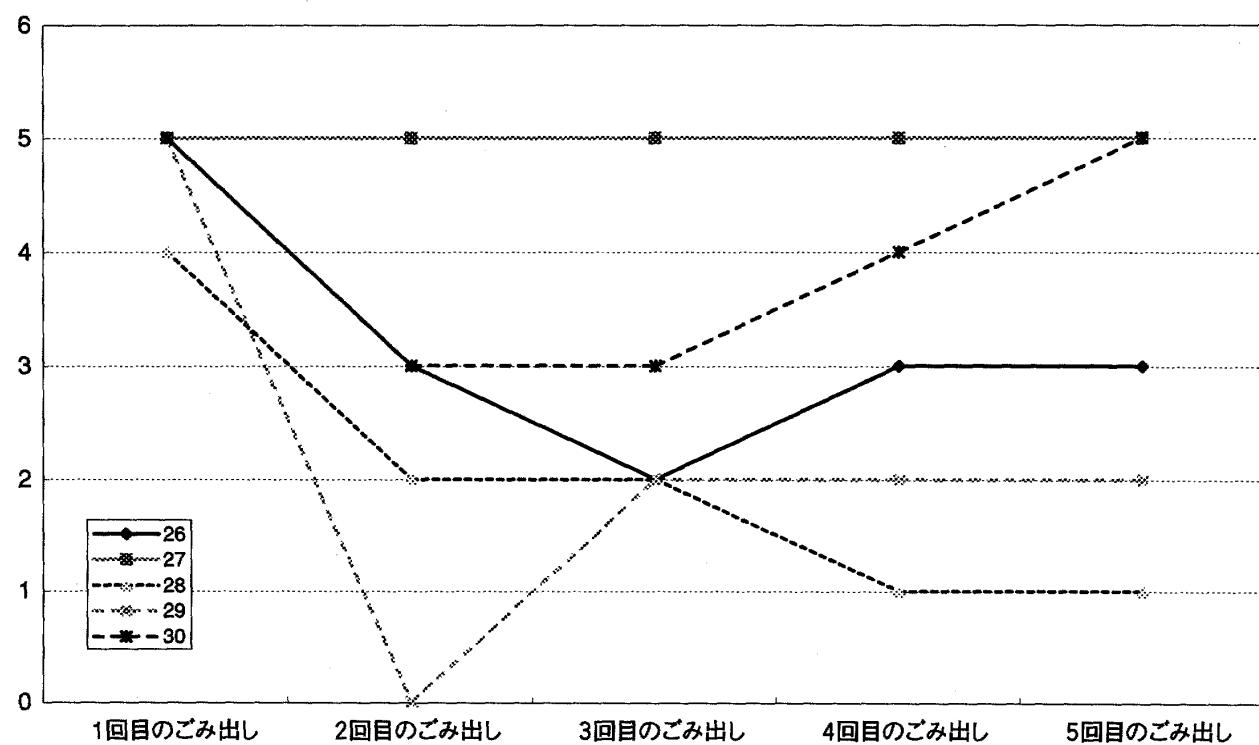
### 実験 2 グループ 4



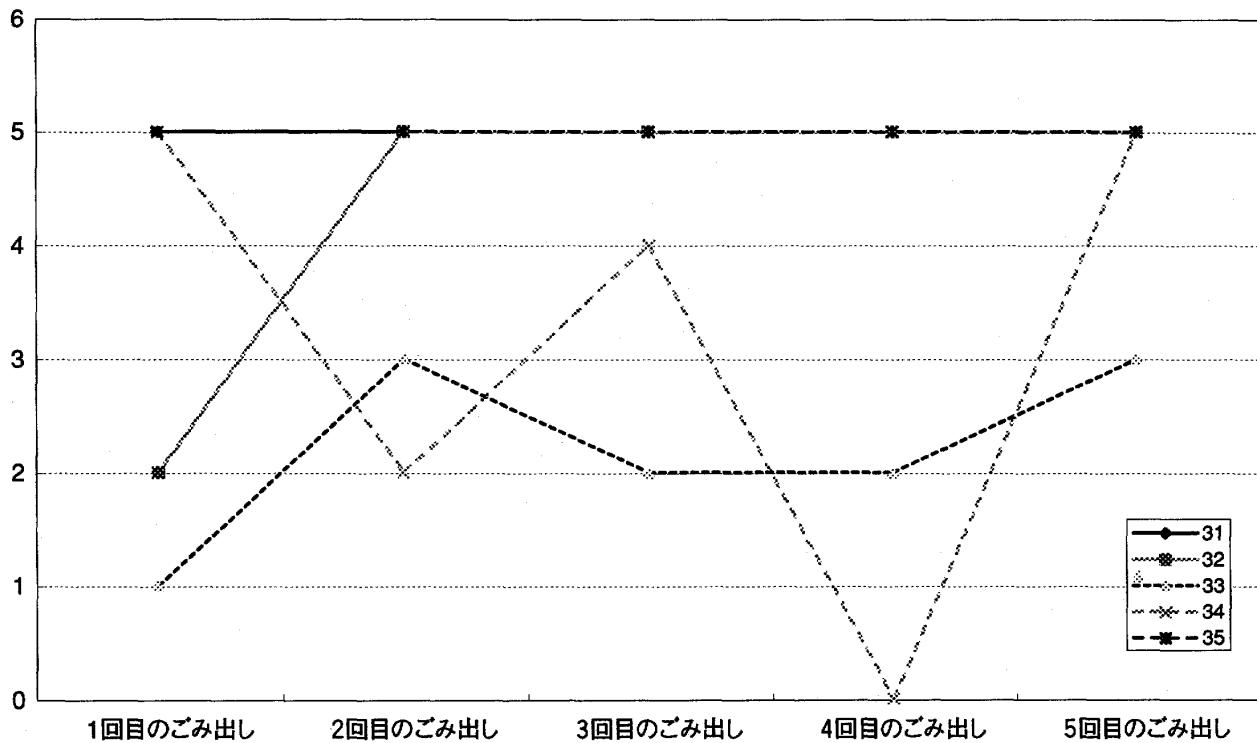
実験 2 グループ 5



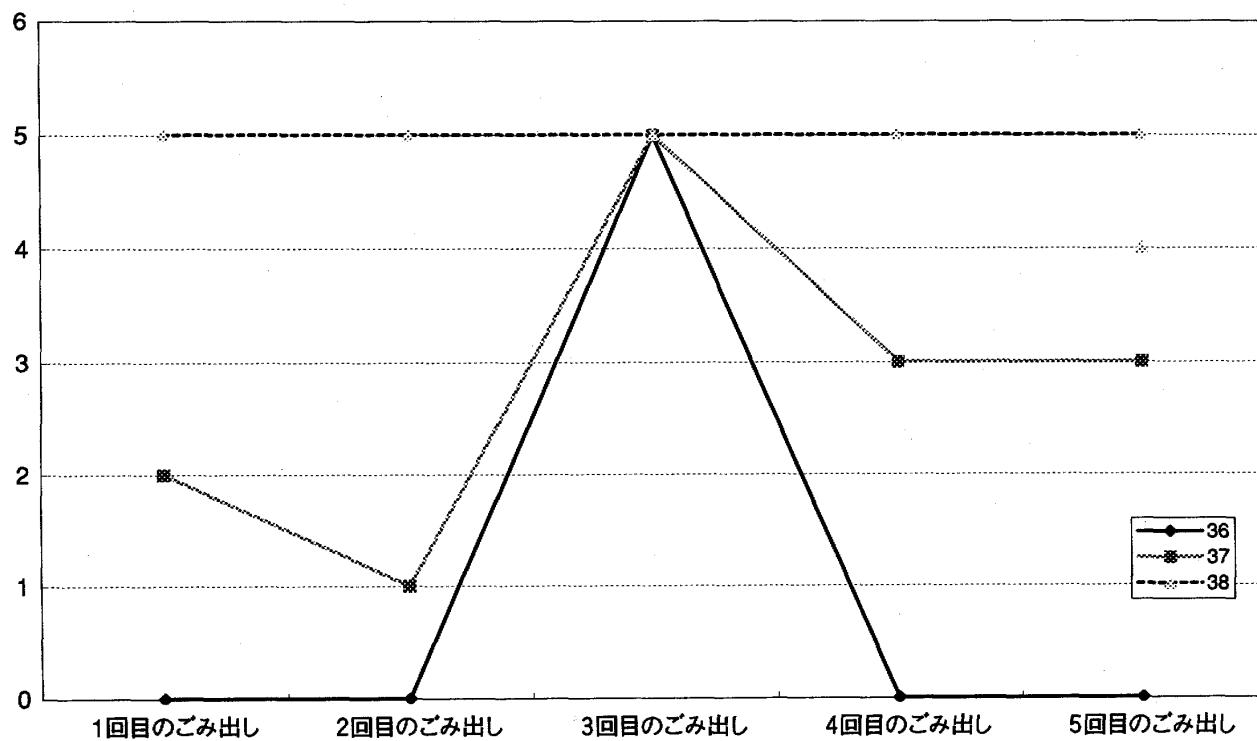
実験 2 グループ 6



実験 2 グループ 7



実験 2 グループ 8



## 6. 考察

### 6.1 ナッシュ均衡との関係

この節では実験結果と第2章で扱ったナッシュ均衡との関係を考察する。命題1より、ナッシュ均衡は、全ての主体が自らによるごみ処理を0にすることである。

実験1では、全ての主体が同時に自らによるごみ処理を0にするというナッシュ均衡が観察されることはなかったが、被験者が延べ190回戦略を選ぶ中で、79回の意思決定において自らによるごみ処理を0にするというナッシュ均衡戦略が観察されていることが分かる。多くの被験者が高い確率で個人合理的な行動をとっていることが実証された。しかし実験2では、190回中、ナッシュ均衡戦略は53回に減少している。

### 6.2 コアとの関係

命題2から、初期と同じ状態がコアという均衡概念で支持されている。この実験においては全ての主体が5ずつごみをすべて自ら処理することでコアが実現する。また、ナッシュ均衡から離れるほど、コアに近づく。ここでは、実験1、2の各セッションごとの戦略からの乖離をあらわすデータとして、グループに出したごみの量の標準偏差を図示し、どのようにごみ出しが変化していったかを考察する。

データから、実験1、2ともに、実験の結果はコアに支持される結果とはならなかった。これは、各主体が前の回に自分にごみを処理させたグループ内の主体全体への仕返しとして、多くのごみを処理させていることによると考えられる。グループ全員によって結託してごみを処理すれば、全員にとって最もごみが少ない結果が得られることは理解しても、自分が出した量よりも多くのごみの戻ってくるのを観察した場合、ごみを自分で処理するインセンティブを失うためである。また、この実験ではたとえ、グループの自己以外の構成員が自分と同じ量をグループにごみ出ししたとしても、実験1では1.2倍になって、実験2では2倍になって戻ってくるため、自己以外の者がただ乗りしようとしているかのようにみえてしまう点に注目されたい。

### 6.3 実験1・2を通じた考察

今回の実験を現実の問題として考えると、ごみの分別が、ある構成員のただ乗り行為に

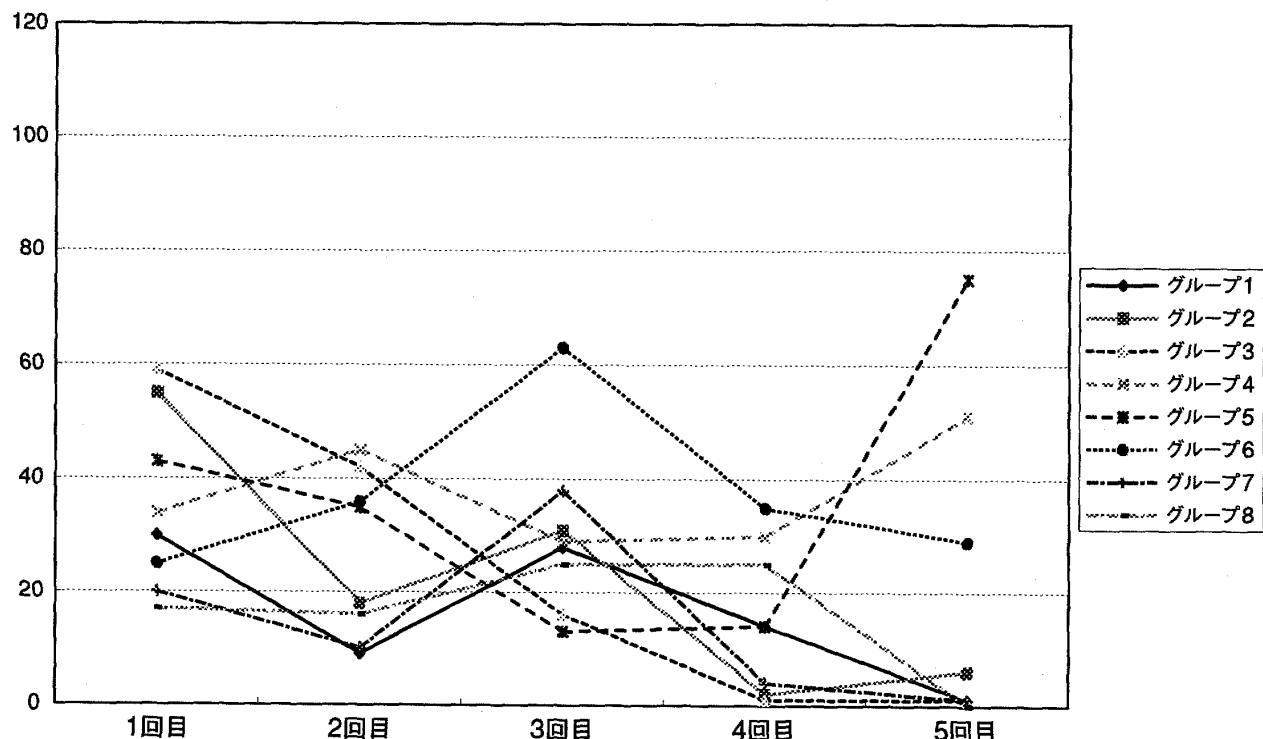
よって完全にならないとき、そのグループ（たとえば地方自治体や、国家）の試み自体が無意味に終わってしまう可能性を示している。グループの構成員全員が、コアの実現により長期的に厚生が改善することがわかっているながら、そこから離れナッシュ均衡に向かっていくメカニズムは動学的不整合性の一種と捉えることも可能である。ただし、実験2では、グループ4においてはナッシュ均衡からの大きな乖離がみられた。その理由は、グループ内のほかの構成員の戦略に関係なく、自分がごみを処理しないと、ごみの量が増えていく程度が大きいことによると考えられる。

実験1と2の違いは、最終回に注目するとより明確である。実験1では最終回には他人による仕返しを考える必要がないため、全員がすべてのごみをグループに押しつけるナッシュ均衡を達成しているグループが4つ、ほぼナッシュ均衡になっているグループが1つ、合計5つがほぼナッシュ均衡に到達している。これに対し、実験2では、完全なナッシュ均衡となっているのはグループ2だけであり、他に2つのグループがほぼナッシュ均衡に近いが、残りの5つのグループはむしろナッシュ均衡から乖離して終わっている。これは、処理しなければならないごみが増えてきてしまったため、自分で処理するごみを増やしているか、減らしていないためであると考えることができる。

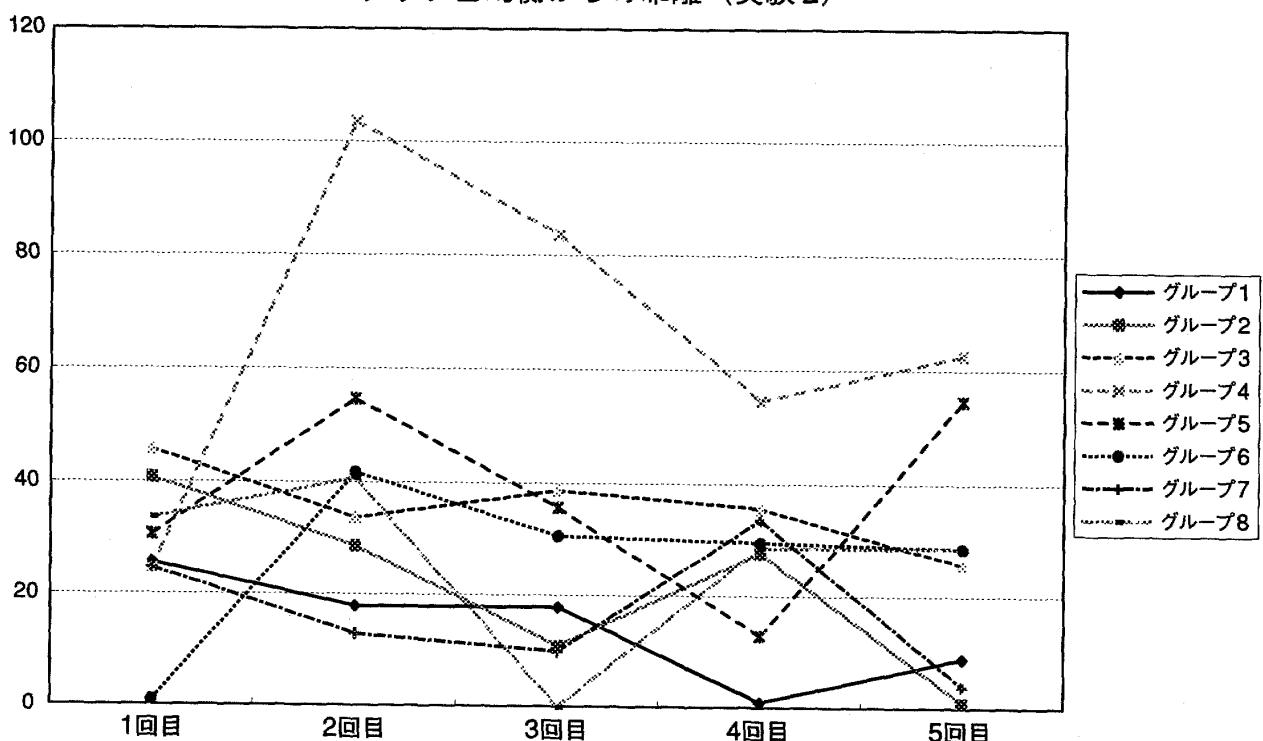
実験2における考察から今回はグループに出されたごみが、2倍になって戻ってくるケースまでが実験できたが、グループに集まったごみが3倍、4倍と増えていくケースでは、ナッシュ均衡から離れ、暗黙の結託が可能になり、コアが出現する可能性もあると考えられる。

また、今回は被験者同士が誰であるのかわからなかったため、ただ乗りをする主体が名誉を失うなどの懲罰をうけることがなかった。これが、各実験の最初から最後までごみをグループに出し続けるという戦略を探り続ける主体を生み、社会全体の厚生を低めた結果に繋がった可能性は否めない。ことに環境問題においては、ただ乗りを罰する、または、最初から防ぐためのメカニズムデザインが重要であると考えられる。和田-平瀬（2005）の実験では、ゲーム前のチープトークがナッシュ均衡からの乖離をもたらしたことから、構成員同士の話し合いが重要であるという結論を導いている。このメカニズムを有効にすれば、比較的早い時期から結託によるコアが達成できる可能性があるため、懲罰システムよりもさらに優れたメカニズムとなりえる。こうした可能性については、今後の課題である。

ナッシュ均衡からの乖離（実験 1）



ナッシュ均衡からの乖離（実験 2）



## 7. 結語

今回の実験では、和田-平瀬（2005）と同様、コアに支持される結果が観察されたとはいえないかった。今後も、どのような設定をすればコアに支持される行動が観察されるかを探ることを課題に検証していきたいと考えている。

### 注

- 1) 公共財供給ゲームでは、各プレーヤーが私的財を社会に拠出し、それを用いて公共財が供給される状況を考える。供給された公共財は、全員に平等に消費される。そのため一般に、社会的には私的財が拠出され公共財が供給された方が望ましいにもかかわらず、個人合理的な行動は、フリーライドすることを自論んで私的財を拠出しないという行動になってしまることが知られている。
- 2) 和田-平瀬（2005）（2006）は、与えられたごみの量を各プレーヤー間でやり取りしあう状況を考えており、ごみ全体の量が変化することはなかった。それに対して、本モデルでは、廃棄されてしまうと全体のごみの量が増加してしまうという状況を考えている。後に述べるように個人合理的な行動は「自分でごみを処理しないこと」であるが、自分でごみを処理する誘因は以前のモデルと比較すると強いと予想される。
- 3) これに対して、環境庁は、不法投棄に対しては、都道府県別のデータを明確にし、時には特定の都道府県の名前を明記して（平成15年度の岐阜市の大型不法投棄への言及）、ごみを大きく投棄した自治体に対して不名誉な状況を作り出し、行政指導・対策を行うなどの措置をとってきた。以下に例を挙げる。

「不法投棄の件数及び投棄量（1）不法投棄件数で見ると、15年度は894件で前年度に引き続き減少した。（2）不法投棄量で見ると、74.5万トンとなり、平成5年度の調査開始以来最大となった。このうちの76.1%に当たる56.7万トンは、平成16年3月に摘発された岐阜市における事案によるものである。なお、同事案を除くと17.8万トンとなる。（「1. 不法投棄件数及び投棄量」、「2. 投棄規模別投棄件数」及び「参考集計」参照）平成15年度新規発覚事案については、岐阜市事案の影響が極めて大きいため、以下においては、岐阜市事案を含めた場合と除いた場合の両方のデータにより概観する。」（環境省「産業廃棄物の不法投棄の状況（平成15年度）について」平成16年12月28日により引用。URL <http://www.env.go.jp/>

press/press.php?serial=5598) 不法投棄は平成11年度をピークに減少しており、名譽に訴える懲罰システムは一定の成果を挙げているものと考えられる。

- 4) 本稿で扱う実験は、この仮定を満たしている。
- 5)  $e_i$  という戦略が支配戦略になることがわかる。

## 参考文献

- Aumann, R. J., B. Peleg, (1960) "Von Neumann-Morgenstern solutions to cooperative games without sidepayments," Bulletin of the American Mathematical Society. 66, 173-177.
- Scarf, H., (1967) "The core of an n-person game," Econometrica 35, 50-69.
- Scarf, H., (1971) "On the Existence of a Cooperative Solution for a General Class of N-Person Games," Journal of Economic Theory. 3, 169-181.
- Shapley, L., M. Shubik (1969) "On the Core of an Economic System with Externalities," American EconomicReview. 59, 678-684.
- 環境庁「環境白書」平成18年度版。
- 和田良子, 平瀬和基 (2005) 「ごみ処理問題についての一考察」, 敬愛大学経済文化研究所紀要, 10, 155-182.
- 和田良子, 平瀬和基 (2006) 「ごみ処理問題についての一考察2」, 敬愛大学経済文化研究所紀要, 10, 155-182.