

Rabin の calibration theorem を廻る議論と 期待効用理論の一般化理論のサーベイ

和田 良子

要旨

本稿は Rabin (2000) の calibration theorem の意義を問い、期待効用理論の一般化理論の重要性を主張するものである。Calibration theorem は富に関する限界効用逓減だけでリスク態度を説明することへの痛烈な批判である。Rabin は、10ドルのような小さい stake で期待値がプラスになるようなクジを拒む者は、1/2 の確率で無限大の金額が当たるような 10000ドルのクジをも退けるというパラドックスを導いた。

期待効用理論への問題提起は古く、Allès (1956) に遡る。Allès によって、期待効用仮説を形成する公理のうち、独立性公理が守られないという実験結果が報告されている。独立性公理は期待効用の線形性を保証する公理であるため、それ以来、期待効用の線形性が持つ問題点を改善しようとした理論が多く発表されており、Machina (1989) によってサーベイされている。修正理論の多くは主観的な確率に基づいてウェイト付けをしたものや、非線形な形にしたものなどである。さらに、期待効用理論に代わる理論を構成するものとして、Tversky や Kahneman らによる prospect theory にも再度焦点が当たった。Prospect theory の多くは、特別な局面における意志決定についての fact finding 的なものであり、それらを取り入れる形で新しい理論が形成されてきた。

それに対し、Epstein and Zin (1989) では、期待効用理論を一般的な異

時点間の効用関数の特殊なケースとして導出している。修正型期待効用関数との最大の違いは、効用関数の形状からリスク態度を導くのではなく、リスク態度が現在と将来に関わる意思決定であることに注目し、リスク態度を、現在と将来の消費弾力性や（現在と将来の消費の平準化への嗜好の程度を表す）時間選好率と同様のパラメーターとして、recursiveな効用関数にあらかじめ組みこんでいるところである。

1. Introduction

2000年、Rabinによって ‘Risk Aversion And Expected Theory: Calibration Theorem’ が *Econometrica* に発表された。それは、多くの経済学者がリスク回避度を測定するための仮定として、富に関して限界逓減する期待効用を仮定することで十分としてきたことへの疑問の再提示であった。

Rabin の指摘は、期待効用仮説の抱える問題点に再び脚光を当てるものとなった。Calibration Theorem が正しいのであれば、今まで期待効用理論の利点とされてきた、効用の形状とリスク態度の関係についての批判であるため、リスク態度をどのように測定するかについて、我々は新たな理論を必要としているということを意味している。そして、期待効用によるリスク測定に立脚した議論の多くがその説明力を失うことになる可能性がある。

今までにも期待効用仮説に当てはまらない実験結果により、Allès のパラドックスや Ellsberg のパラドックスが観察され、それをうけて様々な期待効用理論の修正理論が提示されてきた。Allès のパラドックスは、主観的確率によって効用をウエイト付けするような修正への動きとなった。一方 Ellsberg のパラドックスは、曖昧さ（不確実性）回避とリスク回避の概念を分ける理論の構築につながった。

Schmeidler (1989) は期待効用理論で成立している独立性公理の条件を

comonotonic independency へと緩めることによって、期待効用理論の一般化（主観的効用理論）を展開した。また、Schmeidler (1989) では、あいまいさ回避が主観的効用の concavity をもたらすことを導き出している。このことは、期待効用理論が新しい一般化理論によって置き換えられ、Allès や Ellsberg の背理を統合する新しい理論の可能性を示唆している。しかし、紙面の制約から、あいまいさ回避を取り入れた効用関数を扱うのは、次の機会にゆずることとする。ここでは、Epstein and Zin (1989) による定式化に基づいて、異時点間の意志決定において、リスク態度とみなされてきたビヘイビアから、時間選好率と異時点間の代替性を分離して観測することに目的を絞る。

第2章では、Rabin の主張を確認するべく、期待効用関数のもつ問題点について、著者の見解を述べる。第3章では、Rabin へのコメントをサーベイすることによって、何が問題の本質なのかを議論する。第4章では、Rabin 以前に指摘されてきた期待効用関数の問題、特に独立性公理が成立しないという問題とそれをめぐる議論についてサーベイする。それによって、期待効用の線形性こそに問題があることが明確になる。第5章では、Tversky and Kahneman による主観的期待効用理論と限界について述べる。第6章では、Epstein and Zin (1989) が提示する期待効用関数の一般化モデルと資産選択理論への意義、Rabin の calibration theorem との関係性をサーベイする。Epstein and Zin (1989) では、期待効用理論は、リスクへの態度が、現在と将来の消費の代替性の弾力性と強く相関している特殊な例であることが示されている。

2. Calibration Theorem ; Rabin のパラドックスとその位置づけ

Rabin は2000年、「富について減少する限界効用は、リスク回避を説明するのに不十分である」とタイトルをつけたディスカッションペーパーを

世に送り出した。そこで提示された **calibration theorem** とは、期待効用理論がリスク態度についてのキャリブレーションとして不適当であるとする定理である。

Rabin (2000a) は期待効用理論で定義されるリスク回避が、小さなクジに示された場合、「当たる確率が50%であるような小さい金額のクジひかない人は、期待値が極端に大きいクジに対しても、小さな金額しかだそうとしない」として、例を示している。以下にそのロジックを紹介する。富について逓減する限界期待効用を持つ人が、確率1/2で10ドルを失い、確立1/2で11ドルを得るようなクジを引かないことを考える。その人の現在の富を W とすると、その人にとって、 $W-10$ から W までのそれぞれの1ドルの価値は、 W から $W+11$ までのそれぞれの1ドルの価値よりも大きい。よって、 $W+10$ から $W+11$ ドルの間の1ドルは、 $W-10$ ドルから $W-9$ ドルの1ドル価値の $10/11$ 以下である。これを繰り返すと次のようなことが起きる。その人が $W+21$ ドルでも同じような賭けを退けるならば、その $W+20$ ドルと $W+21$ ドルの間の1ドルの価値は、 $W-10$ ドルと $W-9$ ドルの間の1ドルに比べて $(10/11) \times (10/11) = 5/6$ の価値しかない。これを繰り返すと、 $W+10000$ ドル先の1ドルは、 $W-10$ から W までの1ドルと比べてとても小さな価値しかないことになる。そのため、 W ドルの場所では、たとえ1/2の確率で無限大の金額が当たるとしても、そのために10000ドルを拠出しないことになってしまう。

Rabinの議論は、St. Petersburg Paradox を想起させる。St. Petersburg Paradox では、表がでるまで2の n 乗の金額を支払うというゲームを考える。このゲームの期待値は無限大なのに、ゲームの参加者はいくらか払おうとしないというものである。このパラドックスは、ゲームの期待値には上限はないが、期待効用には上限があることを示すとされ、限界効用が富に関して逓減するという仮定の論拠となってきた。また一方では、裏が20回も出続けるという珍しい事象について、人々が客観的な判断を下すこと

ができないことを示唆しているとされ、主観的確率による効用理論といった、期待効用理論の修正や拡張に結びついてきた。

Calibration theorem は、上限があり富について逓減する期待効用を考えてもなお、St. Petersburg Paradox が投げかけている問題への十分な回答にはなっていないことの間接的な証明となっている。

そこで、以下では、calibration theorem がどのように生じるのかを分析することで、期待効用理論の内包する問題に焦点を当てる。

3. calibration theorem に用いられている論理の分析

3-1. 平均と限界

1ドルの効用を比較することの繰り返しにより得られた calibration theorem は、一つには、限界効用を平均効用に書き換えたことによって生じている。限界的概念を、平均をもって代用するということには次のような意味がある。限界がいつも、どの状態からの1単位の増加ないし減少ということを考慮しなければ成り立たない考えであるのに対して、平均はそうではない。限界で考えるということはそれ自体、富の大きさに依存した考え方である。Rabin は平均の概念で問題を書き換えるということによって、自分が立っている場所の制約を取り去ることを可能にした。また、平均と限界の違いは、Cox (2003) が指摘する、クジによって得られる賞金を、所得と捉えるのか、最終的な富の大きさと捉えるのかという違いに帰着する。

3-2. 期待効用関数の線形性とその問題

期待効用の線形性に問題がある可能性は、Allès のパラドックス以来、独立性公理が成立しない問題として知られている¹⁾。ここではまず、期待効用関数の線形性が保有する問題は、独立性公理によって示唆される特定の

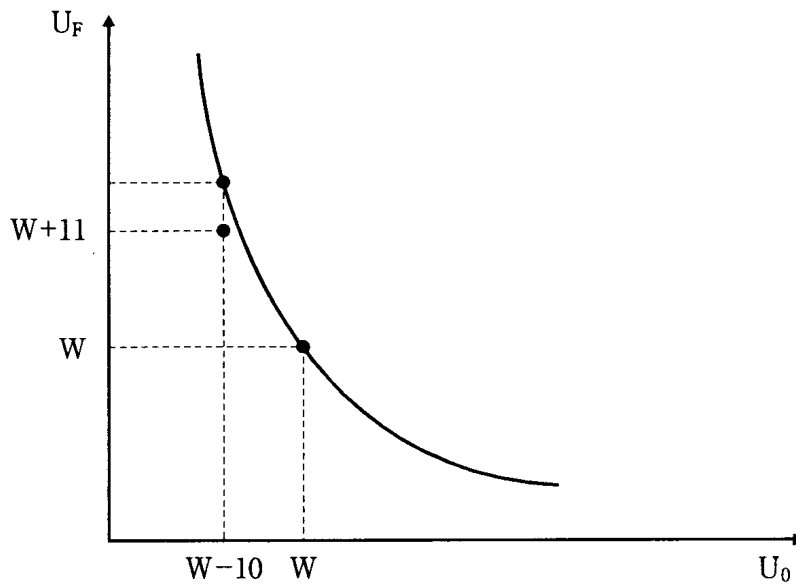
確率への過度のウェイト付けに限らないことを示そう。以下の議論は Epstein and Zin (1989) で扱われている、異時点間の（消費）代替性に関するものだが、考え方を期待効用理論との関係で詳細に解説するものである。

先の Rabin のクジの例を用いて、線形で期待効用関数を定義する問題を考察する。まず $1/2$ の確率であたりはずれがあるので、効用の大きさを半分ずつにして足す。この計算の問題点を考えるため、 $1/2$ の確率で 11 ドルがあたり、 $1/2$ の確率で 10 ドルを失うクジを引くという選択と、クジを引かないという選択とを比べるために、できるだけ似た状況を考える。

クジを引かないで現状に留まるということは、例えば昨日と今日を同じ富 W を保有しながら過ごす状況に近く、クジをひくということは、昨日は $W - 10$ ドルを保有し明日は $W + 11$ ドルを保有するという状況に近いと考えられる。

リスク回避度を無差別曲線の形状として理解すると、クジを引かない人は、クジを引く人よりも、常に現在と将来の消費の代替性が低く、言いかえると消費の平準化への要求が強いということを意味する。図では、今日の消費が 10 ドル小さく、そのかわりに明日の消費が 11 ドル大きいような点が、無差別曲線の下になっているような状況を表している。このような個人の無差別曲線は、 (W, W) という定常的な消費から離れ、今日の消費を 1 ドル減らすと、1 ドルより大きい明日の消費をしなければ効用が下がってしまうことを意味する。平準化への要求があまりにも強ければ、無差別曲線の原点に対する凸性が強くなってしまい、その結果ある一時点の消費が一定以上減ると、別の時点の消費が無限大に大きくならないと満足できないという状態を意味する。これは、calibration theorem の別のバージョンのようにみえる。問題は、無差別曲線の形状がもたらす帰結が、リスク態度によって導かれたのではなく、異時点間の消費の代替性の低さによって導かれたという点にある。

期待効用関数の形状をもってリスク測度とするときには、消費の平準化



による効用の改善は含まれない。しかし、異時点間の消費において代替性が低いならば、リスクへの態度が中立的であっても、効用関数は concave であることが予想される。

3-3. Calibration theorem と prospect theory の関係

Calibration theorem について考察する上で、Kahneman and Tversky (2000) による主観的効用関数と prospect theory について見ておく必要がある。

Prospect theory は単独の仮説ではなく、いくつかの仮説から構成されているが、それらの仮説の出発点となる仮定は Gain-Loss function である。この仮定をおくと、人々は現地点を参照点として非対照な効用関数を持ち、常にプラスの効用はマイナスの不効用より小さい。それは、自分の富の大きさ（自分がどこにいるか）によって、選好の順序が変化することを示唆している。

Prospect theory の解釈を用いれば、期待効用が富とともに逓減するのは、ある点を参照点とし、そこから失うことからの不効用は、同じ量だけ得ることからの効用よりも小さいという仮定から導かれる当然の帰結と捉えら

れ、人々がリスク回避的である必要はない。したがって、損失回避や現状維持を説明する Gain-Loss function も期待効用理論によるリスク態度のキャリブレーションへの批判となっている。

4. Rabin の calibration theorem への批判と期待効用理論への批判

4-1. Palacios-Huerta, Serrano and Volij による批判

Palacios-Huerta, Serrano and Volij (2001) は Rabin の議論を次の点に誤りがあると批判している。彼らは、calibration theorem は、最初に小さい金額のクジを退けたある人が、その後どのような富の状況にあっても、リスクを取らないでクジを退けるという仮定を取り続けている（この仮定を、Constant Relative Risk Averse (CRRA) と記述しておく）ことによって起きるが、それは正しくないとしている。彼らは、リスク回避度の大きさにはどの interval に対しても最も大きい値が存在することをもって、リスク回避的な人が必ずリスク中立的になるような富の水準が存在すると主張する。それゆえ、Rabin が仮定しているように、最初に10ドルと11ドルのあいだのクジを引かなかった人が、その先もずっとクジをひくことを拒み続けることはなく、パラドックスは導かれえないというのである。

この批判は、期待効用関数の仮定は、人々のリスクに対する態度がリスク回避から中立へと、富が大きくなることによって変化するということを内包しているという考えを補強するものである。一方、この考えを推し進めると、リスクへの態度は、個人の差異よりも富の水準にのみ大きく依存し、富の区分を細分化しない限り、ある人と別の人のリスク回避度の違いを取り出すことは難しいということになる。Palacios-Huerta, Serrano and Volij (2001) に対する最終的な評価は、次節の独立性公理についての議論のあと述べる。

4-2. Cox による議論の整理と独立性公理

Cox (2003) は最近の実験経済学の結果をふまえて、Rabin の calibration theorem に対して、以下のような批判を展開している。彼は、期待効用理論がいくつかの公理が合成されて成り立っていることに注目して、calibration theorem に関する議論を、期待効用理論に関する新たな批判として整理している。期待効用理論が成立するためには、独立性公理が成立しなければならない。独立性公理とは、二つのクジについてのある人の選好関係があるとき、それぞれのクジに共通のクジを足してもその人の選好関係が崩れないというものである。

独立性公理： f, g および h のクジのすべてについて、 $f \succ g$ であれば、 $0 < \alpha < 1$ であるような α について、 $\alpha f + (1-\alpha)h \succ \alpha g + (1-\alpha)h$ が成立する。

期待効用理論は、クジの集合 \mathcal{L} について独立性公理および連続性公理が成立しているときに、各クジ $L \in \mathcal{L}$ について、von-Neumann-Morgenstern の効用関数 $U: \mathcal{L} \rightarrow \mathbb{R}$ が次のように定義できる。

$$U(L) = \sum_{i=1}^n p_i u(w_i)$$

このとき、ある人がリスク回避的な選好をもつことと、その人の効用関数 u が厳密に concave であることは同じこととみなせる。

有名な Allais (1953)²⁾ は独立性公理が成立しないことを実験によって示した。独立性公理が成り立っているならば、ある人のリスク態度が富の水準の変化によって途中で変化することはないと考えられる。なぜなら、ある人がある富の水準 W において、クジ A を B より好むときに、それぞれのクジに 100% の確率で x だけ受け取るようなクジを足したとすると、その人は $W+x$ において、クジ A を B よりも好むはずだからである。そのような人のリスク態度がある時点で変化するならば、どこかで選好の逆転が生じていることになる。³⁾ したがって、Palacios-Huerta, Serrano and Volij (2001)

による Rabin への批判は、期待効用理論が成立するための条件である独立性公理への批判となってしまうている。

Cox (2003) は、calibration theorem について分析する新たな視点を導入した。それは、クジの賞金を富と捉えず、所得と捉えることによりリスク態度が変化できる可能性である。例えば Laury and Holt (2002) らの実験⁴⁾の結果は、リスクへの態度が賞金をどのように捉えるか—最終的な富、および所得、初期の富と所得—に依存していることがわかると主張する。

期待効用理論では、最終的な富の水準のみを問題にしている。しかし賞金を所得と捉えるならば、リスク回避は、prospect theory の損失回避によって説明できる。損失回避の基本理論である Gain-Loss function は、クジによってもらえる10ドルの価値が、失うかもしれない10ドルの（心理的な）価値よりも常に低いことを保証するからである。もしクジによる受け取りを所得と捉えるならば、途中の賞金の受け取り（もしくはその予想）によって所得効果が現れ、リスク回避度が小さくなり、以前より大きなロットのクジを引いたりする余地があるからである。逆に途中での賞金の受け取りがなくなればリスク回避度は大きくなると考えられる。

しかし、所得効果を考えず、同じクジを一定の期間内に何度もひくのだと捉えるならば、被験者のリスクへの態度は一定のままであり、このときには calibration theorem が成立する。

こうした考察を踏まえ、Cox (2003) は、calibration theorem は prospect theory を直ちに期待効用理論の代わりに使うように実験経済学者に示唆するものではなく、期待効用理論の新しい解釈であると結論付けている。この考え方と、後に紹介する Epstein and Zin (1989) の考え方は合致している。

さらに、選好の順位が富の最終的な水準上で効用関数に対応して決められるケースも考えることができる。クジをひいた後の富の大きさを参照点とすれば、リスク愛好への変化も考えられる。この効果は、Kahneman

and Tversky によって、「資産統合」と呼ばれていることが Machina (1982) により紹介されている。

一方、Epstein and Zin (1989) が提示する recursive utility では、富を将来の消費の合計と考えているのが特徴的である。このモデルではリスク回避度は効用関数にパラメーターとして織り込まれている。この考え方では、富の増加とともに人々がリスクを受け入れやすくなるという現象は、富が蓄積されることで、将来消費の現在の消費量に対する相対的な重要性が低まってきて、人々がランダムな消費を受け入れやすくなるという意味に読み替えることもできる。

5. 期待効用理論の代替理論 — 主観的期待効用理論とその評価

期待効用理論の代替理論の一つとして、Tversky and Kahneman らによって展開された主観的確率による効用理論がある。これは期待効用理論の問題点、特に線形性による問題を部分的に回避するために、主観的確率によって効用をウエイト付けする理論であり、subjective expected utility の頭文字をとって、SEU関数と呼ばれている。(SEU関数で用いられる主観的確率分布によるウエイト付けの方法としては、一般的に、choquet 積分が用いられる。それは、合計すると1になる客観的確率分布に代わって、事象ごとの主観的確率分布によってクジの結果をウエイト付けするものである。すなわち、)

$$U(L) = \sum_i U(x_i) \pi(p_i)$$

ここで、 $\pi(p_i)$ は単調性をみだし concave であると仮定する。このとき効用関数は、 $\pi'(p_i)$ の大きさによって、Allies のパラドックスにみられたような、0%から1%や、99%から100%への小さな確率の変化が、中間地点での確率の大きな変化に比べて過大評価されることを織り込むことに

成功する。

しかし、Machina (1982) はSEU関数の問題を次のように指摘している。主観的確率を客観的確率の変わりに用いるのであれば、主観的確率が線形関数でなければ効用の形状によってリスクへの態度を知るという期待効用仮説理論の利便性が、完全に失われる。しかも線形でないとすると、主観的確率は単調性をみたさない。単調性をみたさないので stochastically dominance が失われ、選好の逆転が起きる。

Rabin の calibration theorem は、期待効用理論の線形性にこそ問題があるという指摘となっており、その意味で、期待効用理論への厳しい批判となっている。

また、Rabin への批判をした Palacios-Huerta, Serrano and Volij (2001) らの主張は、リスク回避的な期待効用を持つ人がどこかでリスクを取るようになるという定理によっており、それが独立性公理と相反するものであることを考えると、トートロジーとなっている。したがって、彼らによる期待効用理論の頑健性を支持する批判は逆に、期待効用理論が内包する問題点、特に線形性についての何らかの問題を露呈していることになる。

以上の議論をまとめると、以下のようになる。

まず、期待効用理論の利便性はその線形性にあり、そのため効用関数の形状とリスク態度を同一視できたのだが、そのような状況が常に成立すると考えるのは難しい。一つには、クジを引き続けるときの所得効果の存在がリスク態度を変化させる可能性がある。またクジを引き終わったときの最終的な富の状況を想定してリスク態度が変化する可能性もある。しかしこの二つを区別することは難しいので、小さなクジをひくことを拒む人が、大きなクジを絶対に引かないという結果を導いている calibration theorem をもって、期待効用理論が全く無意味であるかのように扱うべきではない。

独立性公理を逸脱した効用を考えるためには、主観的な確率によるウェイト付けをする方法があるが、主観的な確率が線形でないとすれば、期待

効用理論の最大の利点は失われる。期待効用理論の問題において、人々が各プロスペクトをいかに評価するか、という問題は十分に歴史的に検討されてきた。一方で、将来の所得をどのように捉えるか、という問題については分析は始まったばかりであり、この問題を解決するには、別の観点が必要となる。

Machina (1982) は、興味深い指摘をしている。それは、最初の富の分布から、クジを引いたのちの富の分布への移行にともなう限界代替率を考えるものである。例えば Allès のパラドックスで、人々が小さな確率の変化に過剰反応するのは、初期の富の分布からの変化について限界代替率が大きいためと考えられ、Machina (1982) はその上で、クジに対する選好の smoothness が満たされるならば、独立性公理が成立しなくとも、期待効用理論のもたらす理論的な帰結が温存されることを示した。

また、Schmeidler (1989) でも、独立性 (independency) の条件を comonotonic independency に緩めることによって、主観的確率分布でウェイト付けした SEU 関数を、期待効用理論の帰結を温存しつつ定義することに成功している。

6. 期待効用理論の一般化2 —リスク回避と異時点間の代替性の嗜好の区別；Epstein and Zin (1989) の理論と実証分析

6-1. Epstein and Zin の理論モデル

期待効用関数はリスクへの態度を測定するのには不十分であるとの認識に立って、期待効用理論の一般化が Epstein and Zin (1989) によって提示されている。それは期待効用理論が異時点間の意志決定について、リスク態度のみに留意した一つの仮説であるという立場に立ち、リスク回避度に帰するとされてきた要因を、時間選好率および代替性、不確実性（確率であらわされないあいまいさ）に区別するものである。Epstein and Zin (1989)

は、期待効用仮説によってリスクを測ろうとすると、リスクへの選好とランダムな消費流列への選好との区別がつかないことを指摘し、その2つを区別するような異時点間の効用関数を提示し、最適解の存在を証明した。そこでは、人々の将来の消費に関する意思決定が、① 時間選好率 δ ② 狭義のリスク回避 α ③ 現在と将来の代替率 ρ によって決まると仮定し、それぞれの要因はパラメーターで与えられている。異時点間の効用関数が recursive であることによって、それらの値は内生的に決められる。期待効用関数では、効用関数の形状からリスク態度が直ちに導かれたが、recursive utility の形状は、リスク態度以外の種々な要因に依存している。Epstein and Zin (1991) では、効用関数のオイラー方程式を解いて、inter-temporal marginal rate of substitute (IMRS) を求めている。

狭義のリスク回避の考え方と数学的記述は Prelec により、Savage の Sure-Thing Principle を効用関数に導入する手法が用いられている。Savage の sure-thing principle とは、人々が常に確実な結果を、(確率が与えられた) クジによって表される結果の平均よりも好む傾向が高いことを示す公理である。

狭義のリスク回避度は、クジによる結果を、クジをひくことと同じ価値となる確実な結果によっておきかえる (これを、 α -平均とする) ことで得られる。つまり、不確実性のある prospect からの期待効用 EU を確実な結果からの効用 U に置き換えるのである。その置き換え方を定義するのがリスク回避度 α である。ランダムな変数 $\tilde{x} = (x_1, x_1, \dots)$ について、 α -平均による定式化をすると、 $0 \neq \alpha < 1$ (リスク回避度) のとき

$\mu[\tilde{x}] = [E\tilde{x}^\alpha]^{\frac{1}{\alpha}}$ 、 $\alpha = 1$ (リスク中立) のとき $\log(\mu) = E\log(\tilde{x})$ となる。

Epstein and Zin (1989) は、 ρ , δ , α を明示的に取り入れた recursive な効用関数として、

$$U_t = [(1-\beta)c_t^\rho + \beta(E\tilde{U}_{t+1}^\alpha)^\rho]^{1/\rho}$$

を定義している。 $\beta = 1/(1+\delta)$ で、 δ は時間選好率である。ここで α が 1 に近づくほどリスク回避度が小さく、 α がゼロに近づくほどリスク回避度は大きくなる。 ρ は、将来の消費との代替弾力性 $\sigma = (1-\rho)^{-1}$ をもつ。この関数型において、期待効用理論は、代替弾力性を決定付ける ρ とリスク回避度 α とが等しくなる特別なケースであることは容易に理解できる。例えばリスク回避度が 0 であり中立であるとき、期待効用理論では、異時点間の無差別曲線は直線となる。これは、現在と将来消費の代替弾力性は 1、すなわち完全代替を意味する。

Epstein and Zin (1989) のモデルでは、将来消費と現在の消費との代替性 ρ の存在によって、富が十分に蓄積し、将来の消費が十分に大きくなればリスク回避度が低くみえることを理解できる。なぜなら、富が大きくなってくれば異時点間の代替性が高くなり、平準化への要求は小さくなる。異時点間の効用関数は線型に近づくため、期待効用理論を適用して測定すると、リスク回避度が低下してみえるのである。しかし、 α が非常に小さい個人ならば、厳密なリスク回避度が大きいために、株式のような投資リスクのある資産を持つとはしない。この意味で Epstein and Zin (1989) のモデルは、勤労者世帯のほとんどが大きな貯蓄を保有しながらも、資産を預貯金や国債などの元本が保障されたものを購入するという事実を直感的に説明しうるモデルとなっている。

結論

本稿では calibration theorem への批判や、期待効用理論の修正理論のサーベイをふまえて、Machina (1987) によって指摘される、期待効用理論の線型性がもたらす利便性こそが、むしろ期待効用理論の持つ最大の問題でもあることを明らかにした。

一方で、Kahneman and Tversky (2000) による prospect theory が、この

問題への答えであるのかどうかも検討した。ここではクジの賞金を将来の所得と捉えることによりリスク態度に変化がもたらされる可能性を調べた。つまり、calibration theorem の仮定となっているリスク態度一定は満たされない。こうした問題を統合しうるモデルとして、本稿では Epstein and Zin (1989) を取り上げた。Epstein and Zin (1989) では、リスクへの態度と考えられてきたものには、時間選好率（将来の割引ファクター）や現在と将来の消費の代替性が含まれており、それらと厳密なリスク態度（リスク回避度）とを区別する。このとき、クジによる将来の富の増加は、将来の消費の増加を意味し、代替性の存在によって、現在の消費の増加や、消費の変動への受容度の増大をもたらすことが予想される。Epstein and Zin (1989) による期待効用関数の一般化理論は、クジをひくというリスクを含んだ意思決定を考えるときには、常にそれが将来と現在に関する意志決定となるため、他の要因も考慮すべきであることを我々に教えるものである。

Appendix 1 Rabin's Calibration Theorem (*Econometrica*, Vol68, No.5 pp1289)

すべての w について $U(w)$ は strictly increasing and weakly concave を満たしているとする。

すべての $w \in [\bar{w}, \underline{w}]$ 、について $0.5U(w-l) + 0.5U(w+g) < U(w)$

であるような $\bar{w} > \underline{w}$ 、 $g > l > 0$ が存在するとする。

このとき、すべての $w \in [\bar{w}, \underline{w}]$ およびすべての $x > 0$ について、

(i) $g \leq 2l$ のとき

$$w - \underline{w} + 2l \geq x \geq 2l \text{ であれば、 } U(w) - U(w-x) \geq 2 \sum_{i=1}^{k^*(x)} \left(\frac{g}{l}\right)^{i-1} r(w)$$

$x \geq w - \underline{w} + 2l$ であれば、

$$2 \left[\sum_{i=0}^{k^*(w-\underline{w}-2l)} \left(\frac{g}{l}\right)^{i-1} r(w) \right] + \left[x - (w - \underline{w} + l) \left(\frac{g}{l}\right)^{k^*(w-\underline{w}-2l)} r(w) \right]$$

$$(i) \quad x \leq \bar{w} - w \text{ では、 } U(w+x) - U(w) \leq \sum_{i=0}^{k^{**}(x)} \left(\frac{l}{g}\right)^i r(w)$$

$$x \geq \bar{w} - w \text{ では、 } U(w+x) - U(x) \leq \sum_{i=0}^{k^{**}(\bar{w})} \left(\frac{l}{g}\right)^i r(w) + [x - \bar{w}] \left(\frac{l}{g}\right)^{k^{**}(\bar{w})} r(w)$$

ただし、 $\text{int}(y)$ は、 y に等しいかそれよりも小さい最小の integer で

$$k^*(x) \equiv \text{int}(x/2l)、k^{**}(x) \equiv \text{int}[(x/g) + 1]、\text{ and } r(w) \equiv U(w) - U(w-l)$$

- 注 1) 独立性公理の定義については第4章の注に示す。
- 2) $x = (0.50, 250)$ ドルの受け取りにの可能性について、 $L^a = (0, 1, 0)$ $L^b = (0.01, 0.89, 0.10)$ $M^a = (0.89, 0.11, 0)$ $M^b = (0.90, 0, 0.10)$ であるようなクジを選ばせる。すると、独立性公理が成立していれば、 $L^a \succ L^b$ であるならば、 $M^a \succ M^b$ であるはずなのに、現実には、被験者が $L^a \succ L^b$ であると同時に $M^a \prec M^b$ であることが知られている。
- 3) 選好の逆転が極めて robust な現象であるという実験結果の報告もある。Cox and Epstein (AER, ; Jun 1989 ; 79, 3) による実験は、今までの実験に用いられているおもな手法（謝金の支払いをランダムにし、最後に支払う）を使わず、期待効用理論と独立性の公理を分離して実験することに成功した。彼らは選好の逆転は、謝礼の支払いがもたらす所得効果によるものでもなく、またフレーム効果によるものでもない指摘している。
- 4) 被験者に対して、大きい方のペイオフが出る確率は同じでペイオフの大きさと期待値が異なるクジの各10ペアのうち、ペイオフに差がないオプションAと差があるオプションBのどちらかを選ぶように指示する実験。

参考文献

- Aliprantis and Chakrabarti., Games and Decision Making *Oxford Univ. Press*, 2000
- Chen and Epstein., Ambiguity, Risk, and Asset Returns In Continuous Time, *Econometrica*, Vol.70, No.4, p1403-1443, 2002
- Cox, J. C., Decision Theory and Risk Averse Behavior, *The Proceedings of the Seventh Experimental Economics Conference of Japan*, May 22-26, 2003
- Epstein and Zin., Substitution, Risk Aversion and Temporal Behavior of Consumption and Asset Returns: A Theoretical Framework, *Econometrica*, No.57. 937-969, 1989
- ., Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Consumption and Asset Returns: An Empirical Analysis, *Journal of Political Economy*, vol. 99, issue 2, pages 263-86, 1991
- Goller, Christan., The Economics and Risk and Time, The MIT press, 2001
- Kahneman and Tversky., Choices, Values, and Frames, Cambridge Univ. Press, 2000
- Palacios-Huerta, Sarrano and Volij., Rejecting Small Gambles Under Expected Utility: A Comment on Rabin, *Brown University Working paper*, No.2001-05, 2001
- Machina, Mark., “Expected Utility” Analysis without independence axiom., *Econometrica*, March, Volume 50, p277-323, 1982
- ., Choice Under Uncertainty: Problems Solved and Unsolved, *Economic*

Rabin の calibration theorem を廻る議論と期待効用理論の一般化理論のサーベイ

Perspectives, Vol.1. No.1, p121-154, 1987

Schmeidler David., Subjective Probability and Expected Utility Without Additivity,
Econometrica, Vol.57, No.3, p571-587, 1989

Rabin, Matthew., Risk Aversion and Expected-Utility Theory: A Calibration
Theorem, *Econometrica*, Vol.68, No.5, p1281-1292, 2000