

拡張されたMaxmin主義と異時点間資源配分

藤 岡 明 房

1. はじめに

資源配分についての社会的な最適計画を策定しようとするとなが最適であるかを判断するために社会的評価を行わなければならない。しかし、社会的評価をどのように行うのかということ自体が大きな問題である。経済学の分野ではとりあえず社会厚生関数という形で、社会的評価を行うための評価関数を想定するという方法が導入された。その上で、この社会厚生関数が満たさなければならない性質とはなにかについて検討が行われている。

ところが哲学者であるロールズ (Rawls, 1971)によってジャスティス (正義、justice) とはなにかということについて根本的な問いかけがなされ、社会的評価について新しい考え方が登場することになった。その後、このロールズの問題提起に対し、経済学者はジャスティスを “maximin utility” として捉えるという形で処理するようになった。このような形での処理については疑問も出されているが、定式化の容易さから広く普及するに至っている。

ひとたび “maximin utility” の考え方が定着するとそれに基づいた最適資源配分についての分析が行われるようになった。その1つが異時点間資源配分を maximin utility に基づいて行うというものである。しかし、今のところあまり興味深い分析にはなっていない。それは、maximin utility に基づく限り各時点での消費水準が同じになるため、成長や発展といった概

念とかならずしもなじまないからである。

しかし、近年の我が国のように人口の伸びが止まったり、厳しい資源制約が課せられるようになってくると、異時点間の資源配分についてもロールズ流のmaximin utilityの考え方が受け入れられる余地が生まれてきた。

本論文では、ロールズのmaximin utilityの考え方を導入し、それを若干拡張し、異時点間資源配分に適用することを試みることにする。

2. マクシミン厚生基準

2.1 マクシミン厚生基準の考え方

通常の社会的厚生関数は次のように表される。

$$W=W(U_1, U_2, U_3, \dots) \quad (1)$$

ここで、 U_i は個人*i*の効用を表す。この個人*i*の効用水準は、個人*i*の消費水準 C_i に基づいて決定される。すなわち、

$$U_i=U_i(C_i)$$

である。

この一般的な社会的厚生関数は、なんらかの条件を付けることによって特定化される。ベンサム流の最大多数の最大幸福を考える場合は、

$$W=U_1+U_2+U_3+\dots \quad (2)$$

と定式化される。これは社会的厚生関数を個人の効用の合計という形での線形変換である。

それに対して、最も悪い個人の効用を最大化するというロールズ流の社会的厚生関数は、

$$W = \min (U_1, U_2, U_3, \dots) \quad (3)$$

と定式化される。このような社会的厚生関数は、マクシミン (maxmin) 型の社会的厚生関数とも呼ばれる。

もし、個人の効用関数の型 U_i が同じならば、

$$U^* = U_1 = U_2 = U_3 = \dots \quad (4)$$

となるので、

$$W = \min (U^*, U^*, U^*, \dots) \quad (5)$$

と表される。

このとき、ロールズ流のマクシミン厚生基準に基づく社会的厚生関数は、

$$W = \min (C_1, C_2, C_3, \dots) \quad (6)$$

という関数型をとるものと想定しても同じである。ここで、 C_1, C_2, C_3, \dots は住民 1、2、3、 \dots の消費である。 \min は C_1, C_2, C_3, \dots の消費水準の中の最も小さい消費を表している。

このロールズ流の社会的厚生関数を図で表すと、図 1 のようになる。この図で、横軸は個人 1 の消費、横軸 2 は個人 2 の消費を表す。すなわち、

$$W = \min (C_1, C_2) \quad (7)$$

である。

ある特定の社会的厚生関数の水準を、 W とすると、

$$W = C_1, W \leq C_2 \quad (8)$$

または、

$$\bar{W} \leq C_1, \bar{W} = C_2 \quad (9)$$

という関係が必要になる。

したがって、等効用線は、図1のF E Gとなる。角点はEである。実行可能領域がA Bで与えられるならば社会的な最適点はE点になる。

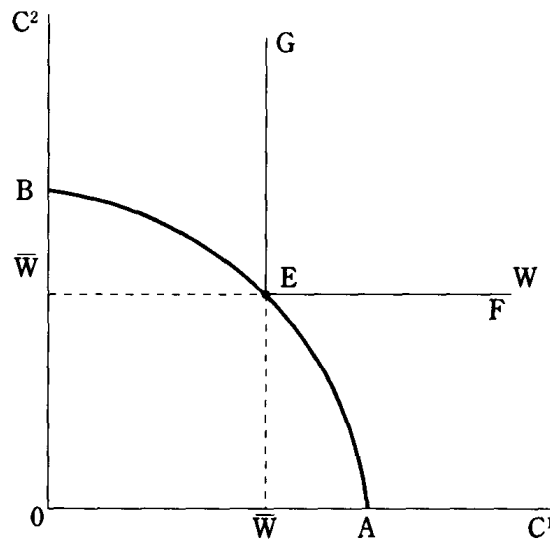


図 1

2.2 異時点間資源配分におけるマクシミン厚生基準

このマクシミン基準を異時点間の資源配分に適用すると、次のようになる。

$$W = \min (C_1, C_2, C_3, \dots) \quad (10)$$

ここで、 C_i は i 時点の個人の消費を表す。

ロールズ流の異時点間の社会的厚生関数を図で表すと、図2のようになる。この図で、横軸は時点1の消費量、縦軸は時点2の消費量である。

$$W = \min (C_1, C_2) \quad (11)$$

ある一定の社会的厚生関数の水準を W とすると、

$$W = C_1, \quad W \leq C_2 \quad (12)$$

または、

$$W \leq C_1, \quad W = C_2 \quad (13)$$

となる。

したがって、等効用線は図2のF E Gとなる。角点はEである。実行可能領域がA Bで与えられるならば、社会的な最適点はE点になる。

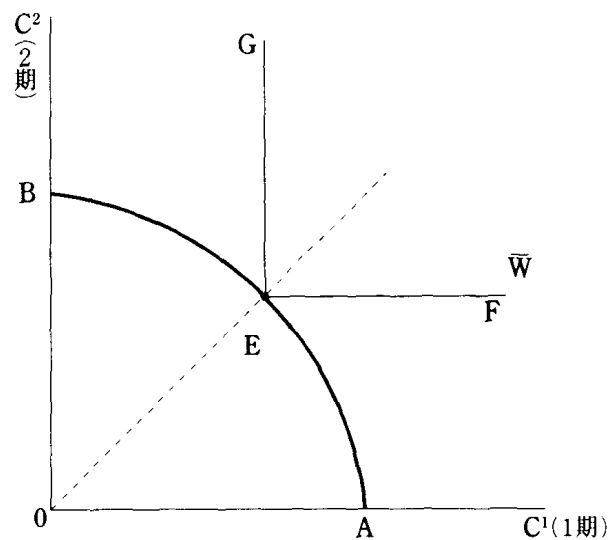


図 2

このことから分かるように実行可能領域が変わらないのであれば、あらゆる時点での消費水準 C_i は同じになる。

$$C_1 = C_2 = C_3 = \dots = C_* \text{ (一定)} \quad (14)$$

となる。

2.3 マクシミン原理の問題点

マクシミン原理を異時点間資源配分に適用できることが分かったが、問題も残っている。その最大の問題が、異時点間資源配分について実行可能領域は変わらないということが保証されないことである。同じ時点内であれば実行可能領域は参加者全員にとって共通と想定することが許されるが、時点が異なると実行可能領域が変化する可能性がある。なぜなら、成長や発展によって実行可能領域が拡大することがあるからである。

もし、実行可能領域が変化するならば、それにあわせて各時点での消費を変化させるのか、それとも各時点での消費は一定に維持することを優先するのかという問題が生じる。

この問題に対する答えは難しい。しかし、考え方として2つの代表的なケースについて見てみることにする。

第1は、各時点での消費を一定に維持するというケースである。これを示したのが図3になる。この図で横軸は C_1, C_2, C_3, \dots , であり, 縦軸は C_2, C_3, \dots , である。そして、各時点での実行可能領域は予算線として示されている。

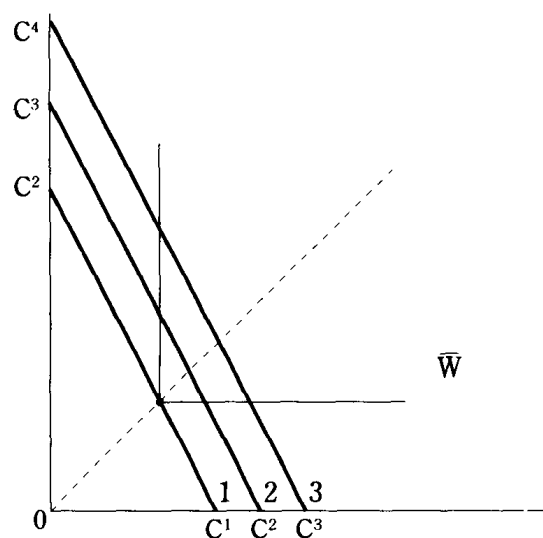


図 3

マクシミン原理に基づけば、たとえ予算線が外にシフトしても、(14)式のように各時点での消費が等しくなるような点が選ばれる。ただし、このような点は、各時点での予算線の内側にきてしまう。つまり、資源の余りが発生することになる。

第2は、実行可能領域がシフトすることを前提に消費を変化させるケースである。これを示したのが図4になる。予算線が外にシフトすることが分かっているので第1期の消費を C_* より多くすることができる。しかしながら、どの程度まで多くすることかについてはさらに幾つかのケースに分かれるであろう。

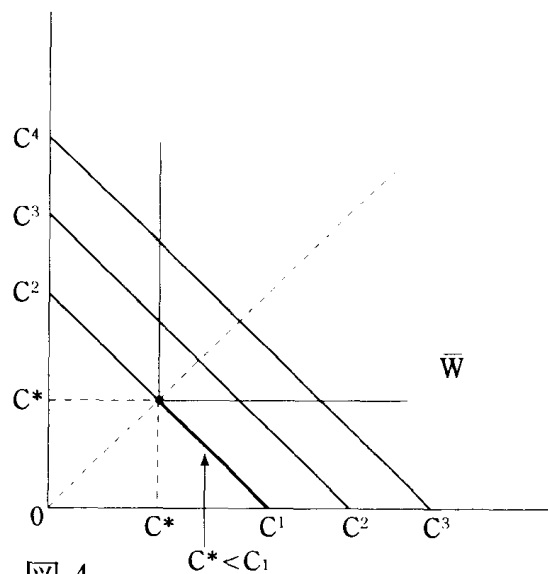


図 4

1つのケースが図5である。 C_* より大きい C_1 を選び、予算線がシフトした後あらためて C_2 を選ぶが、そのとき $C_{\#2} = C_{\#3} (=C_1)$ となるような組み合わせを選ぶことが可能である。しかし、そのような場合でも、予算線がシフトすることを前提にすると、 $C_2 > C_{\#2}$ となるような C_2 が選ばれるであろう。

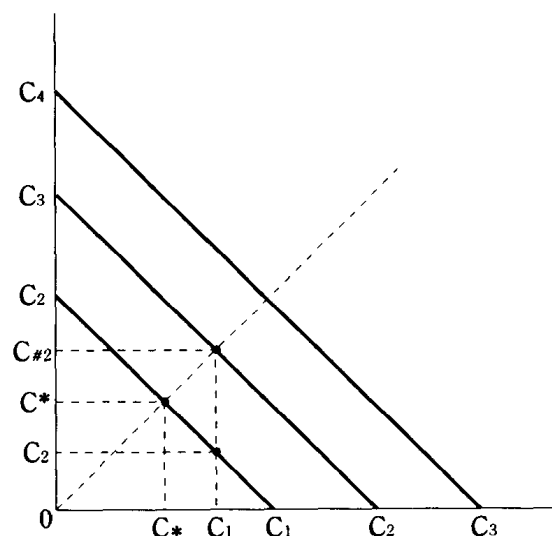


図 5

このようなことを繰り返すと、予算線が外側にシフトする限り、選ばれた組み合わせは、

$$(C_* <) C_1 < C_2 < C_3 < \dots \quad (15)$$

となる。このケースでは、消費の水準が C_* より大きくなっているので、マクシミン原理に基づいても望ましい組み合わせということがいえる。

しかし、予算線のシフトがある時点 t で止まってしまうならば、その時点 t で消費の拡大は終わることになる。その結果、消費の組み合わせは、

$$(C_* <) C_1 < C_2 < C_3 < \dots < C_t = C_{t+1} = C_{t+2} = \dots \quad (16)$$

となる。それを示したのが図 6 である。図 6 で t 時点での消費は C_t になり、 $t+1$ 時点での消費は C_{t+1} になる。これらの C_t と C_{t+1} の大きさは同じになっている。

予算線がシフトしなくなるのは長期均衡点と見なすことができる。この長期均衡点では実行可能領域は一定になるので消費の水準も一定になる。

このように実行可能領域あるいは予算線がシフトする場合は、各時点での消費を同じにするという均一消費のケースと各時点での消費を変化させ

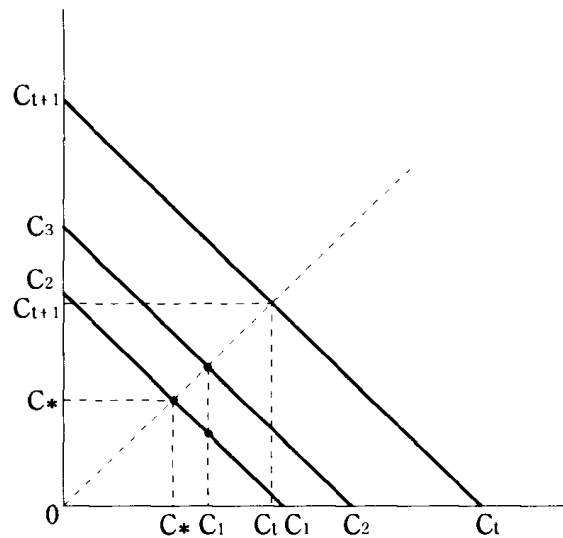


図 6

るという非均一消費のケースとが考えられる。均一消費のケースは簡単であるが、非均一消費のケースはいろいろな非均一消費のケースがありうるので検討は複雑になる。とくに、非均一消費のケースにおいて実行可能領域がどのようにシフトするのかが分からない限り、厳密な議論は難しい。そこで、実行可能領域がどのようにシフトするのかを明らかにするため、マクロ経済の関係をを用いることにする。

3. 生産を含むマクロ経済均衡

3.1 マクロ経済均衡

マクロ経済均衡は、総需要＝総供給となるところで実現する。すなわち、

$$Y_t = C_t + I_t \quad (17)$$

となる。ここで、 Y_t ＝国民総生産、 C_t ＝消費、 I_t ＝投資である。

この国民総生産 Y_t は資本 K_t と労働 L_t によって生産されるものとする、

$$Y_t = Y(K_t, L_t)$$

となる。簡単化のため労働は一定とすると、

$$Y_t = Y(K_t; L) \quad (18)$$

として定式化できる。

また、投資 I_t は資本を増加させるので、

$$\dot{K}_t = I_t - \delta K_t \quad (19)$$

と定式化できる。ここで、 δ は減価償却率を表す。

これらの関係を用いると、

$$C_t = Y(K_t) - \dot{K}_t - \delta K_t \quad (20)$$

となる。

3.2 マクシミン原理とマクロ経済均衡

マクロ経済均衡が成立している状況でマクシミン原理を適用してみる。
そこで、次のようなモデルを設けることにする。

[モデル 1]

$$\text{Max } W = \min(C_1, C_2, C_3, \dots)$$

s. t

$$C_t = Y(K_t) - \dot{K}_t - \delta K_t \quad (21)$$

$$K_1 = \bar{K}_1 \text{ (一定)} \quad (22)$$

ここで、 K_1 は資本の初期値である。

このモデル 1 の最適値を求めるにあたっては、 C_t が一定になるように K_t を選ぶという方法がある。すなわち、

$$C_{t+1} = C_t$$

となるように K_t を選ぶ方法である。その際、 K_t が与えられているので、

$$K_1 = K_2 = \dots \quad (23)$$

とならなければならない。したがって、

$$\dot{K}_t = 0$$

である。すなわち、

$$\begin{aligned} C_1 &= C_2 = \dots = C_t = \dots \\ &= Y(K_1) - \delta K_1 = Y(K_t) - \delta K_t = \dots \end{aligned}$$

となる。

これは、資本の増加はなく、減価償却だけを行っている状態である。そのため、生産されたものは減価償却分を除くとすべてその期で消費してしまうことになる。

このような状態を示したのが図 7 である。図 7 の横軸は資本であり、縦軸は消費である。

$\dot{K}_t = 0$ の曲線は、

$$C_t^* = Y(K_t^*) - \delta K_t^* \quad (24)$$

という関係を満たす C_t^* と K_t^* の組み合わせである。

この図 7 において K_t が与えられると (24) 式を満たすように C_t^* が決定される。ひとたびこの C_t^* が決定されると、消費 C_t^* ($t = 2, 3, \dots$) はこの水準を維持することになる。

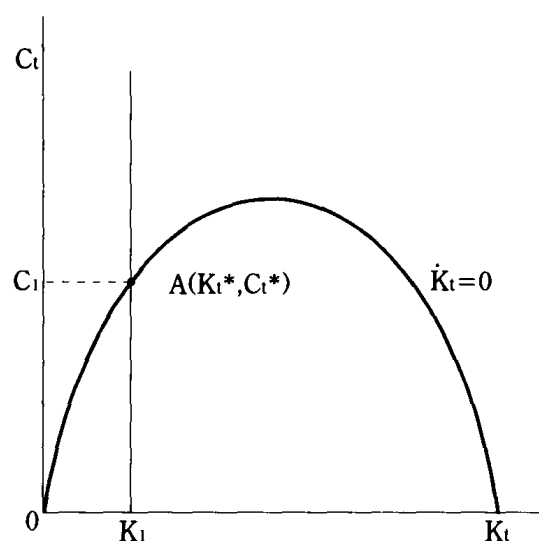


図 7

もし、 C_t を C_t^* より少ない水準に設定すると資本 K_t は増加することになる。その場合でもあらためて消費 C_t を一定に保つように選ぶことができる。それを示したのが図8である。ある任意の C_t ($< C_t^*$) を選ぶと、その消費の水準を維持するならば横軸に平行な直線が描かれる。この水平線も消費一定という条件を満たしている。この水平線は $\dot{K}_t = 0$ の曲線に到達するともうそれ以上増加しなくなる。

このように図8も消費一定という条件は満足するが、消費を最大化するという条件については $C_t < C_t^*$ となるので満足しない。したがって、消費一定でしかも最大化されているということから、最適値としては C_t^* が選ばれることになる。

このことは、消費と資本の異時点間資源配分について重要な意味をもつ。

2.3節で検討したように予算制約式がシフトすることが可能だとしても、マクロの算制約式がモデル1の(21)式のように与えられるのであれば消費 C_t を C_t^* より小さく設定し、代わりに $K_t > 0$ となるようにしても、それはマクシミン効用関数に基づく限り最適な消費水準としては選ばれない。つまり、資本蓄積を行うような消費と資本の組み合わせが選ばれることはないことになる。

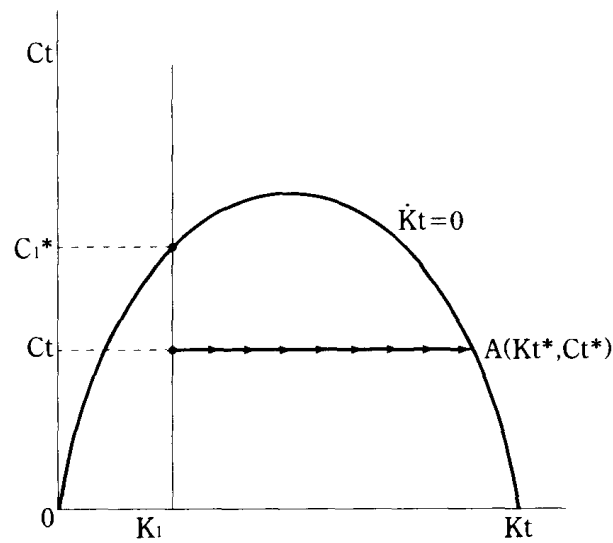


図 8

4. 拡張されたマクシミン効用関数

4.1 新しい社会厚生関数

これまでの、

$$W = \min (U_1, U_2, \dots)$$

というマクシミン効用関数に基づいて分析してきた。ここで、 U_i は、

$$U_i = U_i (C_i)$$

という個別効用関数をとるものと想定してきた。

マクシミン効用関数を拡張するために、個別効用関数をあらためて次のように定式化する。

$$U_i = U_i (C_i, K_i) \quad (25)$$

ここで、 K_i は資本を表すが、外部経済や一種の生活型社会資本の整備によって直接個別効用関数に影響を与えることができるものと想定する。

この個別効用関数に基づくと社会厚生関数は、

$$W = \min (U_1 (C_1, K_1), U_2 (C_2, K_2), \dots) \quad (26)$$

と定式化される。

この拡張されたマクシミン効用関数に基づいて、モデル1を拡張してみる。

4.2 モデル2の修正

モデル1については、 $U_i = U(C_i)$ という個別効用関数に基づいていたので、容易にその性質を調べることができた。ここで、個別効用関数を(25)式のように修正したならば、その結果はどのように変わるであろうか。

[モデル 2]

$$\text{Max } W = \min (U(C_1, K_1), U(C_2, K_2), \dots) \quad (27)$$

s. t

$$C_t = Y(K_t) - \delta K_t - \dot{K}_t \quad (28)$$

$$K_1 = K_1^*$$

このモデル2については、一部を除きモデル1と同じように定式化されているので分析が容易になる。そこで、モデル2を求めてみる。

各時点での個別効用水準が同じになるという条件から、

$$U(C_t, K_t) = U(C_t, K_t) \quad (29)$$

という関係が成り立つ。

もし第1期の消費水準が、

$$C_1 < C_1^* (= Y(K_1) - \delta K_1) \quad (30)$$

となるならば、

$$\dot{K}_1 > 0 \quad (31)$$

となり資本が増加する。

したがって、第2期目には、 $dk_2 > 0$ なので、

$$U_c dc_2 + U_k dk_2 = 0$$

から、

$$-(dc_2/dk_2) = U_k/U_c \quad (32)$$

となるように消費 c_2 が減少しなければならないことになる。

同様に、第3期目にも資本が増加するので、消費 c_3 も減少しなければならない。このようなことを繰り返すことにより図9のように右下がりの曲線が描かれる。

しかしながら、(30)式のように C_1^* より小さい C_1 を選ぶことが許されるかどうかという問題を考えると、資本 K_1 が与えられているので個別効用を最大化するには、消費 C_1 を最大化するのが望ましいことになる。したがって、消費 C_1 は C_1^* の水準に設定されることになる。このとき、資本 K_t は増加しないことになる。

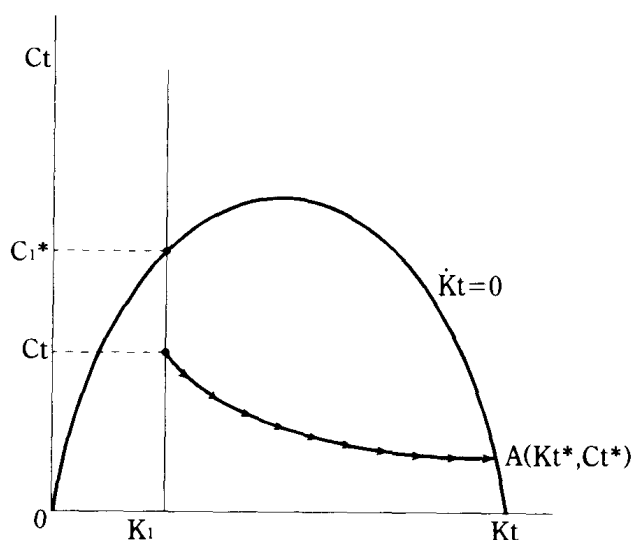


図 9

5. まとめ

本論文では、マクシミン原理に基づいた社会的厚生関数を用いて異時点間資源配分の問題について検討した。しかし、今回はあくまで簡単なケースについての検討に止まっている。特に、モデル2のケースについては考え方だけを示した。これだけではあまり面白いインプリケーションが得られない。しかしながら、このモデル2の考え方に基づくことによっていくつかの興味深いケースを分析できる可能性がある。たとえば、生産が資本Kだけでなく資源Rにも依存するようなケースに拡張することによって、資源制約の下での異時点間資源配分を検討することができることになる。

これまで、マクシミン原理を用いた分析が少なかったが、本論文のような形で定式化するならば新たな問題の検討も可能であろう。したがって、今後はモデル2のような考え方に基づいた拡張されたマクシミン原理に基づく新しい分析を行って行く予定である。

- 注 1) Rawlsの哲学については、彼の著書を検討するのが望ましい。『正義論』という表題であるが、なぜ正義論なのかということについての論理的な議論が展開されている。すなわち、効用の代わりに“primary goods”を見るべきであり、最も悪くなるグループの primary goods の組み合わせを最大化する経済メカニズムを採用すべきであるという差別原理を提唱した。
- 2) Rawlsの社会厚生関数の定式化については、A. B. Atkinson and J.E.Stiglitzのp338－340を参照。
- 3) 平等主義者という観点からRawlsをはじめ何人かの議論を検討しているものとしては、J.E.Roemerがある。

参考文献

- [1] A.B.Atkinson and J.E.Stiglitz, 1980. Lectures on Public Economics, McGraw-Hill.
- [2] J.Rawls, 1971. A Theory of justice, Cambridge, Mass. Harvard University Press.
- [3] J.E.Roemer, 1996. Egalitarian perspectives, Cambridge University Press.