

# 地方政府の動学的最適化行動

藤 岡 明 房

## 1. はじめに

地方政府は、教育、福祉、消防、警察などの公共サービスを供給するとともに、道路、公園、校舎などの社会資本の整備も行っている。社会資本は、一般に、住民に直接利用される生活関連型の社会資本と企業の生産活動に利用される生産関連型の社会資本に分けることができる。近年、我が国では生活関連型の社会資本の充実が唱えられ、国の公共投資枠も増やされている。この傾向は、今後も高齢社会が続くことから変わらないであろう。

地方政府は公共サービスと公共投資の支出にあたって、その財源を地方税だけでなく中央政府からの補助金にも依存している。補助金には、使い途の決まっていない一般補助金と使い途の決まっている特定補助金とがあるので、補助金の額だけでなく種類によって支出の内容が変更されることもある。換言すれば、中央政府は補助金を操作することによって、地方政府の支出内容を変更させることも可能である。このように、地方政府は住民の厚生を高めるため公共サービスや社会資本を提供する際それらの組み合わせについては財源としての補助金の種類や額にも左右されることになる。

そこで、地方政府の活動を分析するためには、地方税と各種補助金を財源として公共サービスの提供と社会資本の整備を行っていることを明示的に取り入れて行かなければならない。静学分析については、公共投資と地

方税，補助金を同様に扱った研究は多い。しかし，従来の地方政府の活動についての研究では動学分析は少なく，特に補助金を含めた動学分析はほとんどなかった。だが，Heng-Fu Zou [2] の中で補助金を含めた地方政府の支出についての動学分析が行われている。この論文では，一般補助金と特定補助金をともに取り入れて，それぞれの補助金の効果について調べている。しかしながら，社会資本の整備についてはタイプ分けを行っていない。そこで，本論文では，生活関連型<sup>1)</sup>の社会資本と生産関連型の社会資本の区別を行い，それらの整備水準について調べてみる。そのうえで，一般補助金および特定補助金の額が変更された場合に地方政府の支出へ与える効果について検討してみる。

## 2. 地方政府の行動についての仮定

我が国の地方政府は，制度上，地域の政府であると同時に中央政府の出先機関でもある。したがって，地方政府は自らの判断ですべての行動を決定することはできず，中央政府の意向も反映させなければならないことになる。それどころか，地方政府の中には中央政府から補助金をもらうために，積極的に中央政府の意向に沿うよう<sup>2)</sup>に行動するところも出てくることになる。これが，いわゆる陳情が行われる原因である。しかし，最近，長引く不況のため税収が減り，中央政府のこのような補助金は見直しが進められている。しかしながら，補助金を減らすことによって地方政府の行動がどのように変化するのかについての情報はほとんど存在していない。そこで，我が国の地方政府の行動を前提とした社会資本と補助金についての分析を行っていくことにする。

分析の単純化のため，次のような地方政府を想定する。

第1に，地方政府の支出 $G$ は公共サービスを中心とする経常的支出 $e$ と社会資本整備のための投資的支出 $I$ に分けられる。

地方政府の支出 ( $G(t)$ ) = 経常的支出 ( $e(t)$ ) + 投資的支出 ( $I(t)$ )

第2に、社会資本の蓄積は公共投資  $I$  によって行われ、減価償却立は  $\delta$  であるとする。

$$\dot{k}(t) = I(t) - \delta k(t)$$

ここで、 $\dot{k}(t) = d/dt(k(t))$  は時間微分を示す。したがって、この式は社会資本は地方政府による投資的支出によって増加することを表す。

第3に、社会資本  $k(t)$  は住民によって直接利用される生活関連型社会資本  $k_c(t)$  と企業の生産活動に利用される生産関連型社会資本  $k_i(t)$  から成り立っている。

$$\begin{aligned} \text{社会資本 } (k(t)) &= \text{生活関連型社会資本 } (k_c(t)) \\ &\quad + \text{生産関連型社会資本 } (k_i(t)) \end{aligned}$$

第4に、地方政府は、他の条件を一定とみなし、住民の厚生は経常的支出  $e(t)$  と生活関連型社会資本  $k_c(t)$  に基づいて決定されるものとする。各期間の住民の厚生は、

$$W(t) = u(e(t)) + v(k_c(t))$$

と表される。そこで、 $e(t)$ 、 $k_c(t)$  はそれぞれ  $t$  期の経常的支出と生活関連型社会資本の額である。

第5に、地方政府の財源  $R$  は、地方税収入  $T(t)$  と中央政府からの補助金  $G(t)$  に基づくものとする。補助金には使い途の決まっていない一般補助金  $g$  と支出の一定割合を補助する特定補助金に分けられるが、このうち投資的支出に対する補助率を  $\alpha$ 、経常的支出に対する補助率  $\beta$  とする。

また、我が国の特定補助金には超過負担という問題が存在している。これは、補助金が補助対象の事業のすべてに与えられるのではないという現象を意味する。そこで、補助対象事業の一部だけが補助され、残りは自らが負担することになる。投資的支出の正味の補助率を  $r$ 、経常的支出の正味の補助率を  $s$  とする。このとき、超過負担額は投資的支出については  $(1 - r) \alpha I(t)$ 、経常的支出については  $(1 - s) \beta I(t)$  となる。

$$\begin{aligned}\text{補助金}(G(t)) &= \text{一般補助金}(g) + \text{特定補助金} \\ &= \text{一般補助金}(g) + \text{投資的支出の補助金}(\alpha r I(t)) \\ &\quad + \text{経常的支出の補助金}(\beta se)\end{aligned}$$

第6に、地方税  $T(t)$  は地域の生産活動水準  $Y(t)$  に依存している。この生産活動水準  $Y(t)$  は、生産関連型の社会資本の整備水準  $K_i(t)$  によって変化する。そのため、地方税  $T(t)$  は生産関連型社会資本の増加関数になる。しかし、この増加関数の形については租税制度や生産技術によって異なってくる。そこで、次のような関数型を想定する。

$$\begin{aligned}T(t) &= T(Y(t)) \\ dT/dY &> 0, \quad d^2T/dY^2 = ? \\ Y(t) &= Y(k_i(t)) \\ dY/dk_i &> 0, \quad d^2Y/dk_i^2 < 0\end{aligned}$$

これら2つの関数の合成関数を考えると、

$$T(t) = T(Y(k_i(t)))$$

となる。この合成関数の形は一般に決定できない。しかし、ここでは、この合成関数について次のような仮定を設けることにする。

[課税関数の仮定]

生産関連型社会資本の水準が増加すると、課税収入が逡減的に増加する。すなわち、

$$dT/dk_i = T'(t) > 0, \quad d^2T/dk_i^2 = T''(t) < 0,$$

と仮定する。

第7に、生活関連型の社会資本  $k_c$  と生産関連型の社会資本  $k_i$  は費用をかけずに転換可能と想定する。

$$k(t) = k_c(t) + k_i(t)$$

第8に、地方政府は地方債の発行は行わないものとする。これにより、地方政府の収支は均衡することになる。(もちろん、この想定はかなり制限的な想定であることから、この想定を緩めた場合についても検討すること

が望ましい。)

これらの想定によって、収入と支出は次のようになる。

$$\begin{aligned} \text{収入 (R)} = & \text{地方税 (T)} + \text{一般補助金 (g)} + \text{投資的支出の補助金 } (\alpha r I) \\ & + \text{経常的支出の補助金 } (\beta s e) \end{aligned}$$

$$\text{支出} = \text{経常的支出 (e)} + \text{投資的支出 (I)}$$

したがって、地方政府の予算制約式は次のようになる。

$$e(t) + I(t) = T(k_i(t)) + g + \alpha r I + \beta s e(t)$$

### 3. モデル

地方政府は、無限期間の住民の厚生を最大化するように最適な経常的支出と投資的支出を決定するものと想定する。前節での仮定に基づき、次のようなモデルを定式化する。

$$\begin{aligned} \text{Max } W = & \int_0^\infty \{u(e(t)) + v(k_c(t))\} e^{\rho t} dt \\ & s, t \end{aligned} \quad (1)$$

$$e(t) + I(t) = T(t) + g + \alpha r I(t) + \beta s e(t) \quad (2)$$

$$\dot{k}(t) = I(t) - \delta k(t) \quad (3)$$

$$k(t) = k_c(t) + k_i(t) \quad (4)$$

$$T(t) = T(k_i(t)) \quad (5)$$

ただし、 $u' > 0$ ,  $u'' < 0$ ,  $v' > 0$ ,  $v'' < 0$ ,  $T' > 0$ ,  $T'' < 0$ , である。

以下の分析では、便宜上期間  $t$  は省略する。

このモデルの各式の意味は次のようなものである。

(1) は住民の厚生  $W$  の最大化を表す。住民の厚生は、無限期間の住民の厚生現在の割引価値の合計として表される。 $\rho$  は時間の割引率である。

(2) は地方政府の予算制約式である。歳入額と歳出額が一致するように調整されている。

(3) は社会資本の蓄積関数である。

(4) は、社会資本が生活関連型の社会資本と生産関連型の社会資本に分けられること、およびこれらの社会資本は相互に転換可能であることを表す。

(5) は地方税関数である。地方税収は、生産関連型社会資本の水準に依存する。

このモデルを解く前に整理しておくことにする。そこで、(2) を整理し、それと(5)を(3) に代入すると、

$$\dot{\mathbf{k}} = (1 - \alpha r)^{-1} \{T(\mathbf{k}_i) + g + (\beta s - 1) e\} + \delta \mathbf{k} \quad (6)$$

となる。

このモデルを解くために、最大値原理を適用する。ラグランジュ関数とハミルトニアン関数を次のように設定する。

$$L(e, \mathbf{k}, \mathbf{k}_c, \mathbf{k}_i, \lambda, \mu) = H + \mu e^{\rho t} \{\mathbf{k} - \mathbf{k}_c - \mathbf{k}_i\} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} H(e, \mathbf{k}, \mathbf{k}_c, \mathbf{k}_i, \lambda) = & \{u(e) + v(\mathbf{k}_c)\} e^{\rho t} \\ & + \lambda e^{\rho t} [(1 - \alpha r)^{-1} \{T(\mathbf{k}_i) + g \\ & + (\beta s - 1) e\} + \delta \mathbf{k}] \end{aligned} \quad (8)$$

ただし、 $\lambda$  は補助変数、 $\mu$  はラグランジュ乗数である。

一階の最適条件は、

$$\mathbf{u}' + \lambda = (1 - \alpha r)^{-1} (\beta s - 1) = 0 \quad (9)$$

$$\mathbf{v}' + \mu = 0 \quad (10)$$

$$\lambda(1 - \alpha r)^{-1} T' + \mu = 0 \quad (11)$$

$$\mathbf{k} - \mathbf{k}_c - \mathbf{k}_i = 0 \quad (12)$$

である。また、オイラー方程式は、

$$\dot{\lambda} = \lambda(\rho + \delta) - \mu \quad (13)$$

である。

境界条件は、

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow 0} \lambda(t) \mathbf{k}(t) e^{\rho t} &= 0 \\ t &\rightarrow 0 \end{aligned} \quad (14)$$

となる。

これらを整理すると次のようになる。

$$\dot{e} = (\rho + \delta) u' / u'' - u' T' / (1 - \alpha r) u'' \quad (15)$$

$$\dot{k} = \{T(k_i) + g + (\beta s - 1) e\} / (1 - \alpha r) \quad (16)$$

$$k = k_c + k_i \quad (17)$$

$$(1 - \beta s) v'(k_c) = u'(e) T'(k_i) \quad (18)$$

これら 4 本の方程式は時間微分の式を含む連立方程式なので、時間によってそれらの値は異なってくる。

#### 4. 長期均衡点

(15) ~ (18) の長期均衡点は  $d/dte = d/dtk = 0$  のとき成り立つ、このとき、

$$T'(k_i) = (\rho + \delta) (1 - \alpha r) \quad (19)$$

$$T(k_i) + g + (\beta s - 1) e = 0 \quad (20)$$

$$k = k_c + k_i \quad (21)$$

$$(1 - \beta s) v'(k_c) = u'(e) T'(k_i) \quad (22)$$

となる。

この 4 つの方程式において内生変数は、 $e, k, k_c, k_i$  の 4 つである。方程式の数と内生変数の数とが一致するので、均衡点が存在するものと見なすことができることになる。そこで、長期均衡点の集合を、 $(e^*, k^*, k_c^*, k_i^*)$  と表すことにする。なお、長期均衡点の中でも、 $k_i$  については、

$$T'(k_i) = (\rho + \delta) (1 - \alpha r) \quad (23)$$

となるので、 $k_i$  は外生変数によって一意的に決定される。

長期均衡点の安定条件について調べてみることにする。そこで、長期均衡点の近傍で線形近似する必要がある。

$$\dot{e} = A(e^* - e) + B(k^* - k) \quad (24)$$

$$\dot{k} = C(e^* - e) + D(k^* - k) \quad (25)$$

となる。ただし、

$$A = ET' u'' / F < 0, \quad B = E(1 - \beta) v'' / F < 0,$$

$$C = \{(\beta s - 1) / (1 - \alpha r) - (T')^2 u'' / (1 - \alpha r) F\} < 0,$$

$$D = \{T'(1 - s\beta) v'' / (1 - \alpha r) F - \delta\} = ?$$

$$E = u' / (1 - \alpha r) u'' < 0,$$

$$F = (1 - \beta s) v' \{T'' / T' + v'' / v'\} < 0,$$

である。

ここで、 $D$  の符号条件が不明のため安定性についてははっきりしない。  
しかしながら、

$$T' < \delta(1 - \alpha s)$$

の場合には  $D$  は、

$$D < 0$$

となるので、安定性が満たされる。

## 5. 長期均衡点の比較静学分析

政策変数としての補助金の額や補助率を変更したときの長期均衡点の変化について調べてみることにする。そこで、長期均衡条件の4つの式に比較静学分析を適用してみる。その結果は、表1に示されている。

表1に基づいて比較静学分析の結果を見てみることにする。はじめに、一般補助金の額  $g$  を増加させると、経常的支出  $e$ 、社会資本  $k$ 、生産関連型の社会資本  $k_c$  は増加するが、生産関連型の社会資本  $k_i$  は変わらない。

次に、生産関連型の資本社会に対する補助率  $\alpha$  を高めた場合、経常的支出  $e$  はどうなるかわからない。ただし、 $T' - (1 - \alpha r) \delta > 0$  のときには経常的支出は増加する。社会資本  $k$ 、生活関連型の社会資本  $k_c$ 、生産関連型の社会資本  $k_i$  は増加する。



同じく、生活関連型の社会資本に対する補助率 $\beta$ を高めた場合、経常的支出は増加するが、社会資本 $k$ や生活関連型の社会資本 $k_e$ はどうか分からない。それに対し、生産関連型の社会資本 $k_i$ は一定である。

また、真の補助率 $r$ と $s$ が増加する場合、換言すると超過負担率が低下する場合はそれぞれ生産関連型の社会資本の補助率 $\alpha$ をや生活関連型の社会資本 $\beta$ が増加する場合の効果と同じになる。

このように地方政府の長期的な最適化行動から政策変数の変更による均衡点の変化が生じることがわかる。

表 1 政策の効果

内生変数	$e$	$k$	$k_e$	$k_i$
外生変数	経常的支出	社会資本	生活関連型	生産関連型
$g$ 一般補助金	+	+	+	0
$\alpha$ 生産関連型	?	+	+	+
$\beta$ 生活関連型	+	?	?	0
$r$ 真の補助率	?	+	+	+
$s$ 真の補助率	+	?	?	0

## 6. 結論

本論文では、地方政府が住民の長期的な厚生を最大化するために公共サービスなどの経常的支出や生産関連型の社会資本、生活関連型の社会資本の整備のための投資的支出をどのように配分すればよいのかという動学的問題について検討した。その際、地方政府の財源として地方税のみならず、国からの補助金（一般補助金と特定補助金）も考慮した。このような分析を行うため、地方政府は動学的最適化を行うこととし、最大化原理を

適用した。そして、それらの補助金の額や補助率が変更されたときの長期均衡点の変化について調べてみた。

これにより、表1のような関係が得られた。この結果自体は、直感的な見通しと一致するので妥当なものと判断できるであろう。

今回の分析は、地方政府の地方税関数がかなり決定的な役割を果たしているが、このような定式化は限定的なものに見なせる。したがって、今後は、さらに我が国の地方政府の実態に即したモデルに改良していく必要がある。そこで、あらためて別の定式化に基づく地方政府の動学的最適化行動を分析する予定である。

注 1) タイプ別の社会資本整備の動学分析は、Arrow and Kurt [1] から始まり、いくつかのモデルが作られている。例えば、武野、山崎 [5] では、社会資本を生産効果をもたらすものと消費効果をもたらすものとに分割し、あらためて公共資本配分曲線という考え方を導入して分析している。

## 参考文献

1. K. Arrow and M. Kurt, "Public Investment, the Rate of Returns, and Optimal Fiscal Policy" John Hopkins University Press (1970).
2. Heng-Fu Zou, "Dynamic Effects of Federal Grants on Local Spending", *Journal of Urban Economics*, 36, 1994, p.98-115.
3. Uri M possen and Steven M Slutsky. "Fiscal policy with multilevel governments" *Regional Science and Urban Economics* 21, 1991, p.1-30.
4. Remy Prud' homme. "Financing urban public services" in *Handbook of regional and urban economics*. Vol.2. Ed. Edwin S. Mills, 1987.
5. 武野英樹, 山崎良也編, 『経済成長論』有斐閣 昭和52年。