

少のバラツキがあり、調整が必要であると思われる。これには(a~c)までの理由が考えられる。

(a)・うず巻きばねの比例定数を小さくするために、手製のバネを電流計に取り付けた。

(b)・軸受は市販のものの方が回転部分が小さく、安定しているのに対し、実験用電流計は、回転部分を大きくしたため、安定させるのがむずかしい。

(c)・市販の永久磁石は、磁束密度が大きく一定に保たれているが、実験用電流計は、ゴム磁石を使用しているため、多少問題がある。

さらに実験用電流計の利点(d~f)をあげる。

(d)・大きくて見やすいので、視覚に訴えやすい。

(e) 既存の計器に比べて、構造を簡単明瞭にしたため、原理を把握しやすく、説明に便利である。

(f)・精度は市販のものに比べて安定に欠けるが、ほぼ平等目盛になっている。

本研究での(a)、(b)、(c)の欠点を改め、市販の電流計位の精度に近づければ、この電流計は講義説明用電流計として使用可能と考えられる。

4. おわりに

電流計の基本である可動コイル、制御バネ、永久磁石を従来のものに比べ、可動コイルとバネを十分に大きくし、原理が理解しやすくなるように、実験用電流計を製作した。可動コイルが永久磁石の造る磁束を切るように置かれ回転すること、とくにバネの力と、電磁力の作用によって働くモーメントにより、電流に比例した角度で指針が止まることの理解、さらに平等目盛の理論的・実験的説明を今回の研究では行なった。この事実は電流計、電圧計を考える際、重要な基礎的事柄であると考えられる。本研究では現代制御的な知識も利用しこの点を強調した。

最後にこの研究に際して、適切な御助言をいただいた千葉敬愛短期大学教授堀田和弘氏に深く感謝いたします。

5. 要 約

- (1) 簡易電流計の製作に際して、本来動特性を中心に扱う現代制御理論を利用し、静特性を満足する関係式を求めた。
- (2) 基本は電気回路を扱うキルヒホッフの第2法則、フレミングの左手の法則、力学的なフックの法則、および回転に関する運動方程式である。
- (3) 行列との関係をうまく用い、状態方程式を $t \rightarrow \infty$ として解きふれ角と電流との関係を明らかにしたと共に実験も行なった。

6. 参 考 文 献

- 1) 美多 勉著：システム制御理論入門，実教出版
- 2) 西野 治：電磁気計測，P 19~P 21，電気学会
- 3) 佐藤 瑞穂：物理学演習上巻，P 19，培風館
- 4) 文 部 省：小学校指導書，理科編 大日本図書
- 5) 伊神大四郎：自然科学，P 67~P 70，協同出版

簡易電流計の製作

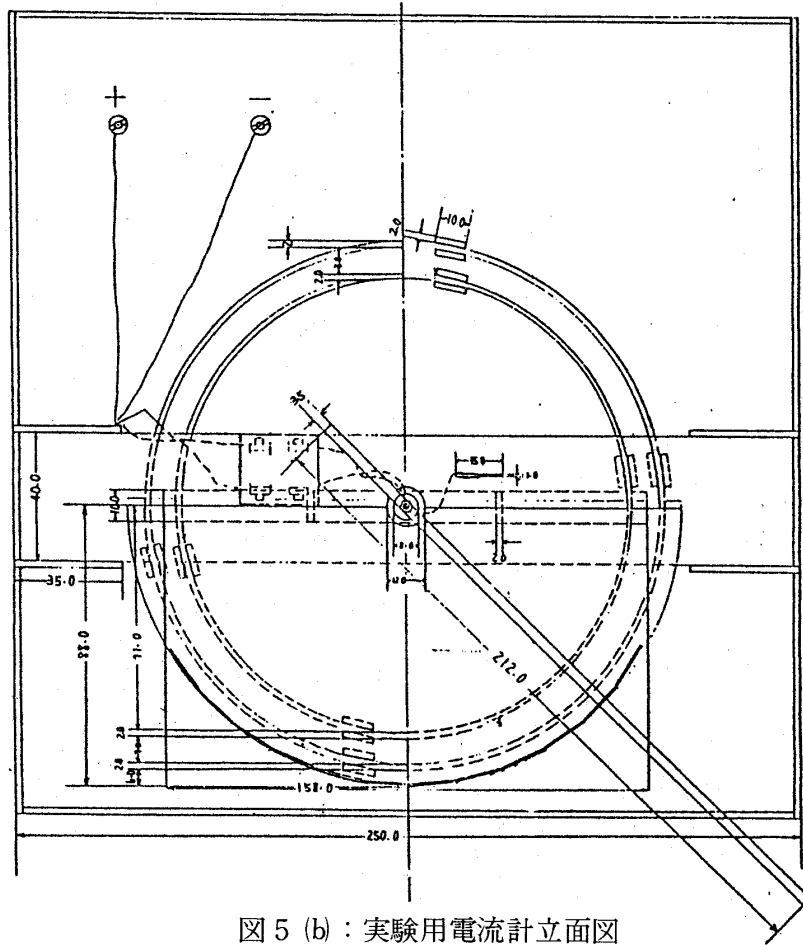


図 5 (b) : 実験用電流計立面図

図 5(a)、図 5(b)からわかるように、主な構成要素は指針、制御用ばね、軸受、可動コイル、ゴム磁石、+-接続端子であり、特に立面図を見ると、永久磁石が円形に取り付けられ、可動コイルも大きくつくられている様子がよくわかると思う。さらにU型磁石を取り付け、可動コイル間の磁束密度を調整している。実際の実験用電流計の全容写真を図 6 に示す。

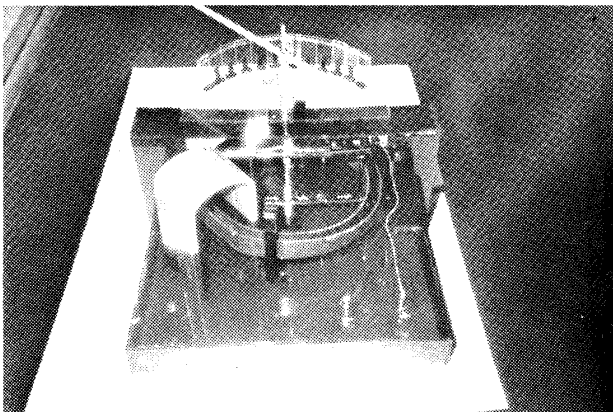


図 6 : 実験用電流計の全容

図 6 の実験用電流計を用いて、電流計の目盛が平等目盛になっていることの実験、および市販の電流計との比較の様子を表 1 に示す。

市販の電流計		実験用電流計	
電流値(A)	ふれ角度	電流値(A)	ふれ角度
0 mA	0 度	0 A	0 度
100 mA	18 度	1.0 A	9 度
200 mA	36 度	2.0 A	22 度
300 mA	54 度	3.8 A	38 度
400 mA	72 度	5.0 A	48 度
500 mA	90 度		

表 1 : 電流値とふれ角との関係

表 1 から市販の電流計は、平等目盛になっている事がよくわかる（例えば、100 mA に対して 18 度、200 mA に対して 36 度となっており、電流値とふれ角が比例の関係となっている）。そこで今回製作した実験用電流計の結果を、表 1 から見てみると、市販の電流計に比べて、多

(11)式を x_1, x_2 について解くと、

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{\tau}{I_m} & -\frac{K_T K}{R I_m} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_T}{R I_m} \end{bmatrix} \cdot E \dots (12)$$

となる。(12)式における「-1」は逆行列を取るという意味であり、さらに計算を続けると、

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = -\frac{I_m}{\tau} \begin{bmatrix} -\frac{K_T}{R I_m} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot E \dots \dots \dots (13)$$

(13)式で、メーターの振れの状態 x_1 と、メーターの角速度 x_2 (もちろん定常状態では0となっている) の状態がわかる。

(13)式の解から次の事が言える。

計器の振れ角 θ を決定する要素は、バネ定数 τ 、可動コイルの形と巻数によって決まる定数 K_T 、そして回路抵抗 R である。ところで τ と K_T は、流れる電流によって変わらない定数であるから回路抵抗 R に反比例し、入力電圧 E に

比例してふれる。即ち、入力電流に比例した角度となる。これはオームの法則から、理解出来る非常に簡単なことであるが、総合的に考えると意外にわかっていない事実と思われる。さらに定常状態において振れ角 θ と入力電流 i は、正比例の関係にあり、可動コイル形電流計は、平等目盛になるということもわかる。

3. 演示実験用電流計の製作

一般に市販されている直流電流計は、可動コイルを含む回転部分が、直径約1cm程度で、軸受を中心に回転出来る様になっている。しかし前述のように、原理を理解する上で非常にわかりにくい。従ってこの点の改良を試みたのが、本電流計の製作の目的でもある。本研究で製作した電流計の正面図、立面図をそれぞれ図5(a)、図5(b)に示す。

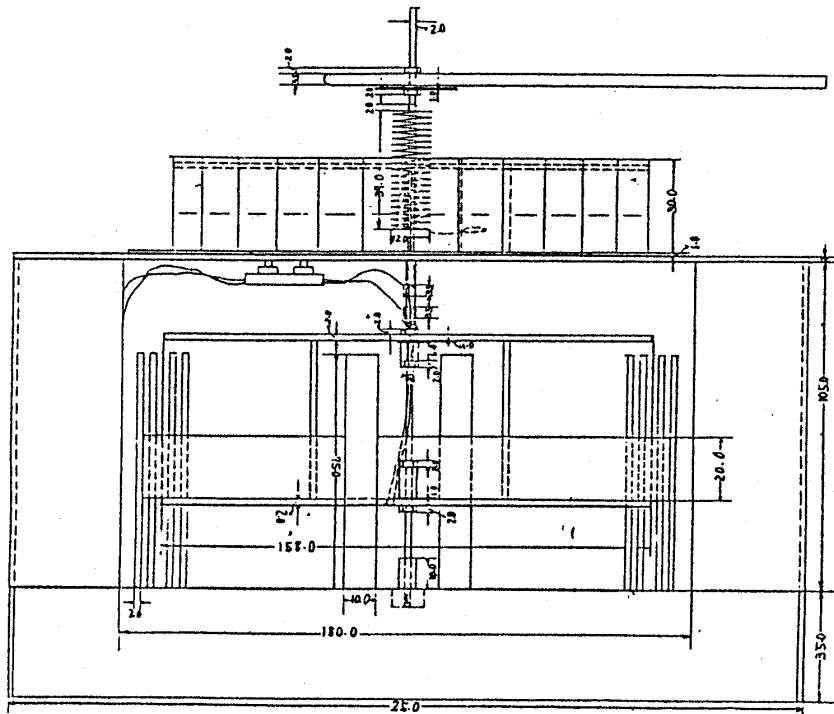


図5(a)：実験用電流計正面図

方程式は、

$$T = I_m \frac{d^2\theta}{dt^2} + \tau \theta \dots\dots\dots(4)$$

となる。(4)式における I_m は、回転部分の慣性モーメントをあらわし、回転部分の形状や回転部分を構成している物質の密度により変わる値であり、回転質量とも呼ばれているものである。(4)式の右辺2項目の τ は、うず巻きばねのバネ定数である。基本的には以上の(1)~(4)式までが電流計の動特性、静特性を解く関係式である。次に(1)式~(4)式を考え、メーターの振れ角 $\theta(t)$ を $x_1(t)$ 、 $\theta(t)$ の微分、つまり角速度を $x_2(t)$ とし、 $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ の解を求めるために、現代制御理論の中で基本的な状態方程式に直す事を考える。状態方程式に直す事が出来れば、その解を求め動特性がわかる。さらに動特性の解は、静特性の解を含むから(動特性における解の一部分が、静特性の解で)静特性の関係式は容易に求められる。

上記のように

$$\theta = x_1 \dots\dots\dots(5a)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} = x_2 \dots\dots\dots(5b)$$

とおく。(5b)式における $\dot{\theta}$ の \cdot は、微分を意味する。(3)式、(4)式および(5a)式、(5b)式から

$$K_T i = I_m \frac{dx_2}{dt} + \tau x_1 \dots\dots\dots(6)$$

が成立する。また(1)式、(2)式から、 $L_C di/dt \stackrel{(1)}{=} 0$ と考えると、

$$E = iR + K x_2 \dots\dots\dots(7)$$

となり、(6)式を i について展開し、(7)式に代入して整理すると、

$$E = \left(\frac{I}{K_T} \frac{dx_2}{dt} + \frac{\tau}{K_T} x_1 \right) R + K x_2 \dots\dots\dots(8)$$

(8)が得られる。(5a)式、(5b)式、(8)式をまとめて行列を用い書き表わすと、

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{\tau}{I_m} & -\frac{K_T K}{R I_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_T}{R I_m} \end{bmatrix} \cdot E \dots\dots(9)$$

(9)の関係式となる。(9)式の左辺の \dot{x}_1 は前にも述べたように、角 θ の微分であり、 \dot{x}_2 は角速度の微分で角加速度を表わしている。 \dot{x}_1 、 \dot{x}_2 をまとめて、2行1列のベクトルにまとめたものである。右辺第1項は、2行2列の行列および2行1列の縦ベクトルとの積となる。第2項は、0および、 $K_T/R \cdot I_m$ の2行1列の縦ベクトルと、スカラー E の電圧との積を表わしている。出力はメーターの振れ角 θ であるので、出力方程式は次式で表わされる。

$$y = [1 \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = x_1 = \theta \dots\dots\dots(10)$$

(9)式、(10)式はシステムの的には、1入力1出力の線形時不変システムとなる。入出力の説明を図4に示す。

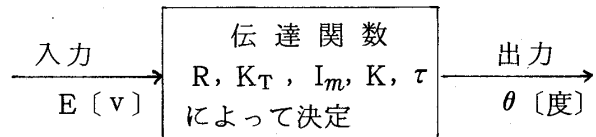


図4：入出力関係図

図4における伝達関係は、 R 、 K 、 K_T 、 I_m 、 τ の大小によって決定されるものである。つまりメーターの時間的変化に対する指針の振れは、伝達関数によって決まるということを表わしている。伝達関係は、動特性を扱う上で重要なものであるが詳細は省略する。

次に(9)式と(10)式を用いて、可動コイル形電流計の特徴の1つ「可動コイル形の自盛は平等自盛になる」という問題と、さらに可動コイル形電流計の定常状態を左右する要素(つまり振れの角度を左右する要素は、うず巻きばねのバネ定数 τ と、可動コイルの形状により決定される K_T 、および負荷抵抗 R による事がわかる)これを証明してみよう。(9)式の \dot{x}_1 、 \dot{x}_2 は時間 ∞ において、時間的な変化がなくなるので、共に0とおけるので次式が成立する。

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{\tau}{I_m} & -\frac{K_T K}{R I_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_T}{R I_m} \end{bmatrix} \cdot E \dots\dots(11)$$

り付けられている。

動作を簡単に述べる。まず可動コイルは、流れる電流と永久磁石の発生する磁束により、軸受を中心としてフレミングの左手の法則により、右回りのモーメント（回転力）を生ずる。指針は可動コイルと連動で動く。可動コイルが右回りに回転していくと、同時にうず巻きバネからの左回りのモーメントが生じてくる。電流0の時、つまり電流が流れていない時、バネからの左回りのモーメントは零であり、少しでも電流が流れ、指針が右回りに回転すれば、即座にバネにより、ふれ角に比例した左回りの回転力が出るように設計されている。この指針の動作を示したものが図2である。

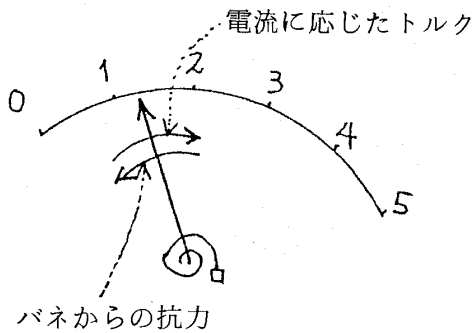


図2：指針の止まる様子

2. 可動コイル形電流計の制御論的解析

この節では、電流計を電気回路的に考えた時の微分方程式、および力学的な回転軸に対する運動方程式から、現代制御理論で扱う状態方程式を求める。さらにその式を利用し、静特性を考え、可動コイル形計器における主な特徴の1つである目盛の平等性、つまり流れる電流と振れ角 θ が、定常状態において比例する事の理論的關係式を求める。そして可動コイル形電流計が、直流電流を測る事が出来るという事を明らかにする。

最初に豆電球を、直列に負荷として接続した時の回路図を図3に示す。

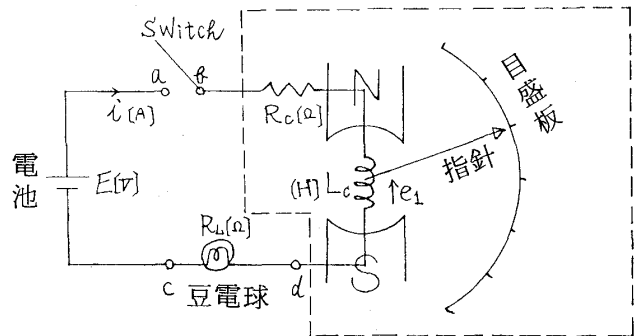


図3：豆電球を負荷とした電気回路

但し、 $a \sim b$ 間は switch, 電池の電圧は E [V], 豆電球の抵抗値は R_L [Ω], 可動コイル（巻線）の抵抗は R_C [Ω], インダクタンスを L_C [H] とする。図3の破線で示した部分、即ち $b \sim d$ 間が電流計の内部を表わしている。図3の閉回路を考える際、最も基本的なキルヒホッフの第2法則を使用し $R = R_C + R_L$ 流れる電流を $i(t)$ とすると、

$$E = i \cdot R + L \frac{di}{dt} + e_1 \quad [V] \quad \dots\dots(1)$$

が成り立つ。ただし e_1 は逆起電力を表わす。(1)式の逆起電力 e_1 [V] は、指針のふれ角を $\theta(t)$ とすると、

$$e_1 = K \frac{d\theta}{dt} \quad [V] \quad \dots\dots\dots(2)$$

という関係式で表わす事が出来る。これは指針の角速度に比例した電圧が、可動コイルに発生するということを表わす式である。ところで逆起電力と同時に流れる電流 i により、発生するトルクを T [N・m] とすると、

$$T = K_T i \quad \dots\dots\dots(3)$$

となる。 K_T は可動コイルの巻数、回転半径、永久磁石によってはさまれているコイルの長さ、および永久磁石の発生する磁束密度によって決定され、もし磁束密度が可動コイルの回転位置によらず、常に一定に保たれているとしたならば、トルクは流れている電流 i に比例する。さらに軸受を中心として、可動コイルを含めた回転部分が、回転する事によって表わされる運動

簡易電流計の製作

田 口 功

A Way of Making A (ampere meter)

by Isao Taguchi

はじめに

小学校理科高学年では電磁石を作り電流の値を変えたり、巻線の巻数を変化させた時、電磁石のものをひきつける強さが、それぞれちがってくるという実験をしている。さらに電磁石の強さを決定している電流の大小を扱い、「電流の強さは電流計で測れる」ということの認識を目標の1つにあげている。もちろん直流専用測定計器である可動コイル形電流計が用いられている。本研究では、市販されている電流計に対して、回転部分を特に大きくし、ゴム磁石と永久磁石（U形磁石）を使用して、磁束密度を調節している。時に市販のうず巻きばねは、回転部分をおおっているので、原理を理解するのにわかりづらい。それに対して、自作のバネを使えばね制御を行なっている点、軸受を中心とした大きな回転コイル部分、電磁力が働きトルク発生の様子がよくわかるように、可動コイル部分を十分大きくした点などが、従来の計器とちがっている。

市販の電流計の巻線では10mA程度しか直接巻線に電流を流す事が出来ないが、本装置の巻線には、数A位まで流す事が出来、並列抵抗回路を考えなくてすむので、原理を理解するには、好都合であると思われる。しかし長時間、数Aを流し続けると巻線をいためるので、もう少し回路的なくふうが必要であった。さらに最後の実験結果からわかることであるが精度は多少劣る。しかし、初等教育科学生のための原理説明用計器としては、ある程度満足のいく結果が得

られたものと考えられる。

1. 可動コイル形電流計の構造と動作原理

小学校で使用される電流計は永久磁石、指針、制御用バネ（うず巻きばね）、可動コイル、軸受から構成されている可動コイル形電流計である。原理図を図1に示す。

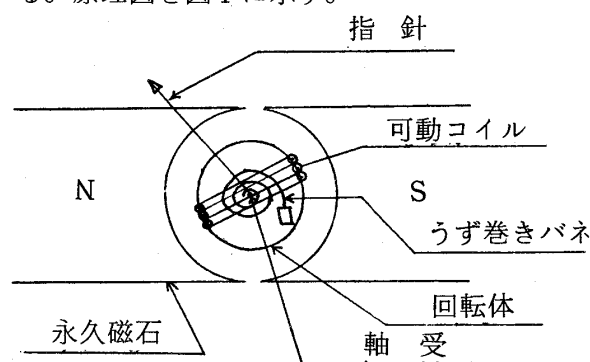



図1：可動コイル形計器の原理

一般に可動コイル形計器（電流計、電圧計）には、の印がついている。これは図1に示すように、永久磁石N、S間に可動コイルがはさまれているというふうに、解釈すると都合がよいように考えられる。次に永久磁石の特徴であるが、可動部のコイルに対して、平等磁界を発生させておく事が出来るという事が第一の条件となる。もちろん温度が変化しても磁束密度が変わらず、経年変化が少なく、機械的にも安定であることが重要な条件である。可動コイルは、0.1mm位の銅線が数十回程度巻かれており、回転体にしっかり固定され、軸受を中心に回転出来るようになっている。またうず巻きバネは、左回転モーメントを与える事が出来るように取